

Vol. 11, No. 1, April 2022

ISSN: 2085-9872

JURNAL SAINS DASAR

PENERBIT

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA**

SINGULARITAS EFEK TEPI DARI DISKONTINUITAS SALURAN PADA RESONATOR SILINDER TIPE-H

SINGULARITY OF EDGE EFFECTS OF DUCT DISCONTINUITY IN H-TYPE CYLINDER RESONATORS

R. Yosi Aprian Sari^{1,*}, Agung Bambang Setio Utomo², Mitraryana², Danang Lelono², Supardi¹

¹Jurusan Pendidikan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta 55281, Indonesia

²Departemen Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta 55281, Indonesia

*email korespondensi: ryosia@uny.ac.id

Abstrak

Diskontinuitas saluran pada resonator silinder tipe-H sangat mempengaruhi perambatan gelombang akustik di dalamnya yang menimbulkan singularitas di ujung luas penampang resonator yang lebih kecil. Singularitas efek tepi ini memunculkan pola osilasi sehingga dapat mengurangi nilai koefisien transmisi akustik. Tujuan dari penelitian ini adalah menentukan desain optimal resonator dan frekuensi resonansinya dengan mempertimbangkan pengaruh diskontinuitas saluran. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah simulasi lewat metode matriks transmisi (MMT) dan optimasi menggunakan algoritma genetika (AG). Adapun hasil yang diperoleh dalam penelitian ini adalah panjang *buffer* (l_{buf}) = 48,8 mm, panjang resonator (l_{res}) = 102,5 mm, jari-jari *buffer* (r_{buf}) = 9,2 mm, dan jari-jari resonator (r_{res}) = 2,9 mm, serta nilai frekuensi resonansi $f = 1610,6$ Hz.

Kata kunci: singularitas efek tepi, resonator silinder tipe-H, diskontinuitas, optimasi

Abstract

The duct discontinuity in the H-type cylindrical resonator greatly affects the propagation of acoustic waves in it which causes a singularity at the end of the smaller cross-sectional area of the resonator. This edge effect singularity causes an oscillation pattern so that it can reduce the acoustic transmission coefficient. The purpose of this research is to determine the optimal resonator design and its resonant frequency by considering the effect of duct discontinuity. The method used in this research is a simulation using the transmission matrix method (TMM) and optimization using genetic algorithm (GA). The results obtained in this study are the length of the buffer (l_{buf}) = 48.8 mm, the length of the resonator (l_{res}) = 102.5 mm, the radius of the buffer (r_{buf}) = 9.2 mm, and the radius of the resonator (r_{res}) = 2.9 mm, and the resonant frequency value is $f = 1610.6$ Hz.

Keywords: edge effect singularity, H-type cylindrical resonator, discontinuity, optimization

Pendahuluan

Optimasi geometri resonator sangat penting untuk memaksimalkan sinyal fotoakustik (FA) yang pada umumnya lemah, karena belum ada bentuk geometri resonator yang baku yang menghasilkan penguatan sinyal akustik tertinggi. Secara eksperimental, menguji sejumlah besar bentuk akan sangat memakan waktu dan mahal. Oleh karena itu, metode simulasi numerik lebih direkomendasikan [1-3].

Resonator silinder tipe-H merupakan salah satu bentuk resonator untuk mendapatkan frekuensi resonansi optimum. Bentuk resonator ini terdiri dari bagian tengah yang merupakan resonator dan diapit pada kedua ujungnya dengan *buffer* (penyangga). Sinyal frekuensi maksimum berarah pada sumbu longitudinal pada bagian resonator.

Ukuran *buffer* dan resonator tidak sama, $r_{buf} > r_{res}$ dan $l_{buf} < l_{res}$. Adapun fungsi dari *buffer* sebagai peredam gangguan akustik yang muncul antara lain berupa kebisingan latar. Dengan demikian, ukuran dan desain resonator silinder tipe-H ini sangat penting dilakukan karena dilihat dari fungsi *buffer* dan resonator, maka perlu dilakukan optimasi panjang dan jari-jari dari *buffer* dan resonator untuk mendapatkan frekuensi resonansi yang optimum [4], [5].

Permasalahan utama yang ada pada penelitian ini adalah perubahan luas penampang saluran secara mendadak (dari *buffer* ke resonator, dan dari resonator ke *buffer*) yang berakibat adanya perubahan tekanan dan kecepatan volume akustik yang merambat di dalamnya. Perubahan luas penampang secara mendadak ini dikenal sebagai diskontinuitas saluran.

Pemodelan atau simulasi merupakan salah satu cara untuk mendapatkan prediksi sesuatu yang diinginkan. Pengembangan pemodelan dalam masalah ini berkaitan dengan perambatan akustik dalam tiga tabung silinder yang tergendeng pada satu sumbu sedemikian hingga membentuk suatu sistem yang disebut resonator yang dikenal sebagai resonator tipe-H. Metode pemodelan yang digunakan dalam perambatan akustik ini adalah Metode Matriks Transmisi (TMM = *Transmission Matrix Method*) yang didasarkan pada prinsip perilaku akustik gelombang bidang. Adapun algoritma genetika (AG) digunakan untuk mendapatkan nilai optimum dari ukuran *buffer* dan resonator dengan mempertimbangkan adanya diskontinuitas saluran.

Setidaknya terdapat tiga kriteria utama yang dipertimbangan dalam menggunakan metode ini. Pertama, terjadinya pengurangan kebisingan (*noise reduction*, NR), kehilangan sisipan (*insertion loss*, IL), dan kehilangan transmisi (*transmission loss*, TL). Dalam permasalahan ini digunakan TL karena memperhitungkan pengaruh perubahan tampang lintang sewaktu perambatan terjadi. Dan juga, TL ini tidak bergantung pada sumber suara. Secara umum, sebagian besar perhitungan tentang suara adalah hubungan antara intensitas (dB) dan frekuensi bunyi (Hz). Suara dapat dipengaruhi oleh beberapa pengaruh eksternal seperti tekanan, suhu, dan kerapatan medium [6].

Metode Penelitian

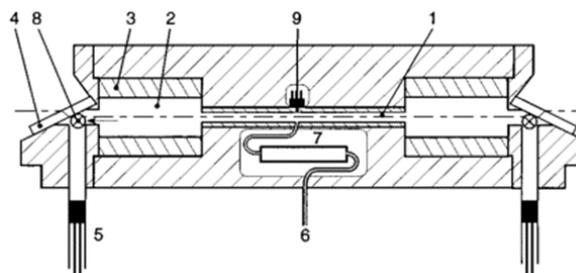
Analisis perambatan akustik dilakukan pada resonator tipe-H yang merupakan perluasan resonator silinder tunggal di mana pada bagian tengah disebut resonator dan di kedua sisinya diapit oleh silinder yang disebut *buffer* dengan jari-jari *a* dan *c* lebih besar daripada resonator yang berjari-jari *b*. Resonator silinder tipe-H dihubungkan pada diskontinuitas dua saluran koaksial (sesumbu) di $z = 0$ dan di $z = l_B$, dan masing-masing silinder panjangnya adalah l_A , l_B , dan l_C (lihat Gambar 1 dan 2). Sistem koordinat silindris digunakan dengan sumbu *z* bertepatan dengan sumbu saluran dan asal di bidang diskontinuitas.

Suara yang dirambatkan dalam fluida di dalam resonator akan menghasilkan bentuk gelombang konveksi. Persamaan gelombang konveksi dalam arah *z* adalah [8], [9].

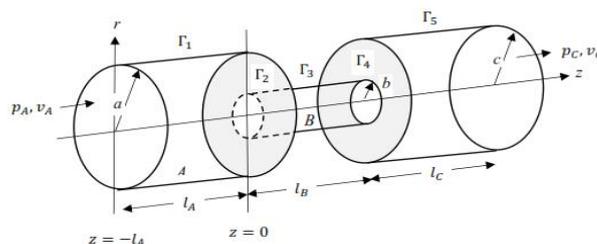
$$\nabla^2 p(\vec{r}, \omega) + k_0^2 p(\vec{r}, \omega) = 0$$

$$\partial p / \partial n = 0 \quad \text{di} \quad \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3 \cup \Gamma_4 \cup \Gamma_5 \quad (1)$$

dengan $k_0 = \omega_0 / c_s$ adalah bilangan gelombang, ω_0 adalah frekuensi sudut, dan c_s adalah kelajuan suara.



Gambar 1. Bentuk resonator Tipe-H. 1. Sel Resonansi Fotoakustik; 2. Volume Buffer; 3. Cincin Buffer untuk mengubah ukuran buffer; 4. Jendela Brewster ZnSe; 5. Kolom Udara; 6. Aliran Fluida Masuk; 7. $\lambda/4$ notch filter; 8. Aliran Gas Keluar; 9. Mikrofon [7]



Gambar 2. Sistem resonator silinder tipe-H

Dengan metode pemisahan variabel dan syarat batas tertentu, diperoleh penyelesaian umum $p(r, \varphi, z)$ untuk masing-masing silinder yang berkaitan dengan ragam longitudinal, azimuth dan radial [*kmn*],

$$p(r, \varphi, z) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^+ e^{k_{nm}^+ z} + A_n^- e^{k_{nm}^- z}] \times e^{-im\varphi} J_m \left(\frac{\pi \alpha_{mn}}{a} r \right) \quad (2)$$

dengan J_m adalah fungsi Bessel bentuk pertama, dan α_{mn} adalah akar ke-*n* dari persamaan yang mengandung fungsi Bessel orde ke-*m*.

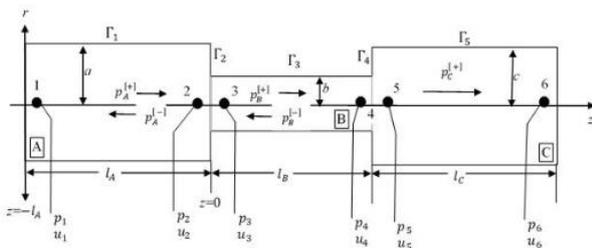
Saluran *buffer* dan resonator tergendeng satu dengan lainnya sehingga dengan demikian bentuk ragam normal azimuth haruslah ortogonal dan sesumbu serta membentuk sistem resonator tipe-H, yaitu $m = 0$. Nilai ragam radial diambil nilai terkecil, yaitu $n = 0$, sehingga tekanan dan kecepatan akustik dapat ditulis sebagai berikut [10].

$$p(r, z) = \begin{cases} \sum_{n'=0}^{\infty} [A_{n'}^+ e^{ik_{zA}(z+l_A)} + A_{n'}^- e^{-ik_{zA}(z+l_A)}] J_0\left(\frac{\pi\alpha_{0n'}}{a} r\right), & \begin{cases} -l_A \leq z \leq 0 \\ 0 \leq r \leq a \end{cases} \\ \sum_{n=0}^{\infty} [B_n^+ e^{ik_{zB}z} + B_n^- e^{-ik_{zB}z}] J_0\left(\frac{\pi\alpha_{0n}}{b} r\right), & \begin{cases} 0 \leq z \leq l_B \\ 0 \leq r \leq b \end{cases} \\ \sum_{n''=0}^{\infty} [C_{n''}^+ e^{ik_{zC}(z-l_B)} + C_{n''}^- e^{-ik_{zC}(z-l_B)}] J_0\left(\frac{\pi\alpha_{0n''}}{c} r\right), & \begin{cases} l_B \leq z \leq l_B + l_C \\ 0 \leq r \leq c \end{cases} \end{cases} \quad (3)$$

dan kecepatan volume

$$Q = -\frac{S}{i\omega_0\rho_0} \frac{dp}{dz} \quad (4)$$

dengan S , dan ρ_0 masing-masing adalah luas penampang silinder dan kerapatan fluida.



Gambar 3. Analisa penyelesaian resonator tipe-H

Adapun penyelesaian berkaitan sistem resonator tipe-H dilakukan bertahap (Gambar 3), yaitu dimulai ujung sebelah kiri *buffer* pada $z = -l_A$, yaitu titik (1) kemudian ditransmisikan ke titik (2) dan (3) serta titik (4) dan (5) masing-masing adalah titik-titik di perbatasan diskontinuitas saluran *buffer* A dan resonator B di $z = 0$ serta resonator B dan saluran *buffer* C di $z = l_B$. Kemudian titik (6) adalah titik di ujung sebelah kanan saluran *buffer* C [6], [11].

Analisis Perambatan Akustik dalam Silinder

Metode matriks transmisi adalah metode yang mendasari prinsip perilaku akustik yang merambat dalam tabung silinder seragam dengan panjang dan luas penampang. Di dalam silinder terdapat fluida mengalir secara seragam dengan kerapatan ρ_0 dan kelajuan suara c_0 . Perambatan akustik terjadi dalam saluran yang luas penampangnya, maka digunakan besaran lain yaitu kecepatan volume, yang didefinisikan sebagai Q (persamaan 5) dan mengambil ragam normal radial terendah, $n = 0$ pada bagian resonator,

$$p_B(z) = B_0^+ e^{ik_{zB}z} + B_0^- e^{-ik_{zB}z},$$

$$Q_B(z) = -\frac{1}{Z_{0B}} [B_0^+ e^{ik_{zB}z} - B_0^- e^{-ik_{zB}z}], \quad (5)$$

dengan $Z_{0B} = \frac{\omega_0\rho_0}{S_B k_{zB}}$ dan tanda superskrip (+) dan (-) menunjukkan arah perambatan ke kanan dan ke kiri.

Perambatan akustik silinder dari titik (3) ke titik (4) dalam saluran B,

$$\begin{pmatrix} p_B(0) \\ Q_B(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_B(l_B) \\ Q_B(l_B) \end{pmatrix} \quad (6)$$

dengan

$$\begin{aligned} B_{11} &= [\cos(k_{zB}l_B)]; \\ B_{12} &= \left[i \left(\frac{\rho_0 c_0}{S_B} \right) \sin(k_{zB}l_B) \right]; \\ B_{21} &= \left[i \left(\frac{S_B}{\rho_0 c_0} \right) \sin(k_{zB}l_B) \right]; \\ B_{22} &= [\cos(k_{zB}l_B)]. \end{aligned} \quad (7)$$

Dengan cara yang sama, dari analisa perambatan akustik dapat ditulis dalam bentuk matriks transmisi titik (1) ke titik (2) pada saluran A dan dari titik (5) ke titik (6) pada saluran C,

$$\begin{pmatrix} p_A(-l_A) \\ Q_A(-l_A) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_A(0^-) \\ Q_A(0^-) \end{pmatrix}$$

dengan

$$\begin{aligned} A_{11} &= [\cos(k_{zA}l_A)]; \\ A_{12} &= \left[i \left(\frac{\rho_0 c_0}{S_A} \right) \sin(k_{zA}l_A) \right]; \\ A_{21} &= \left[i \left(\frac{S_A}{\rho_0 c_0} \right) \sin(k_{zA}l_A) \right]; \\ A_{22} &= [\cos(k_{zA}l_A)], \end{aligned}$$

dan pada silinder C

$$\begin{pmatrix} p_C(l_B^+) \\ p_C(l_B^-) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_C(l_B + l_C) \\ p_C(l_B + l_C) \end{pmatrix}$$

dengan

$$\begin{aligned} C_{11} &= [\cos(k_{zC}l_C)]; \\ C_{12} &= \left[i \left(\frac{\rho_0 c_0}{S_C} \right) \sin(k_{zC}l_C) \right]; \\ C_{21} &= \left[i \left(\frac{S_C}{\rho_0 c_0} \right) \sin(k_{zC}l_C) \right]; \\ C_{22} &= [\cos(k_{zC}l_C)]. \end{aligned}$$

Analisis Perambatan di Diskontinuitas Saluran

Pada diskontinuitas saluran, Wendoloski dalam Homentcovschi dan Bercia [12] mencoba menghitung medan tekanan dan kecepatan perambatannya, dan menemukan bahwa konvergensi sangat lambat, membutuhkan sejumlah besar koefisien untuk mengurangi riak dalam penyelesaian numerik. Amir juga dalam Homentcovschi dan Bercia [12] memperkenalkan fungsi baru yang berisi singularitas yang diharapkan dari kecepatan di dekat titik sudut, yang disebut "fungsi tepi." Penggunaan fungsi tepi juga sebagai fungsi uji pada batas antara gelombang dan ruang bebas (bukaan) menghasilkan penyelesaian dengan konvergensi yang lebih baik. Penggunaan fungsi tepi hanya memenuhi dua masalah: (a) sistem fungsi ini harus terdiri dari fungsi basis lengkap, dan (b) konstruksi fungsi tepi memerlukan sejumlah besar pemrograman numerik, yang melibatkan integral tak hingga, integral dengan integral tunggal dan osilasi, dan perhitungan fungsi khusus.

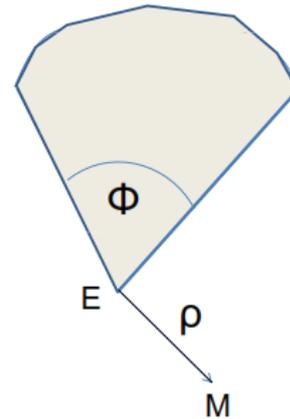
Jelas bahwa konvergensi yang lambat dalam memperoleh medan kecepatan di *aperture* (bukaan) disebabkan oleh adanya tepi tajam di sudut pandu gelombang yang merupakan titik tunggal untuk kecepatan aksial. Jadi, dalam kasus diskontinuitas saluran (perubahan mendadak dari penampang), kecepatan aksial memiliki singularitas di semua titik tepi. Untuk jenis masalah ini, untuk mendapatkan penyelesaian yang unik, dan harus mempertimbangkan "kondisi tepi" yang dirumuskan oleh Mittra dan Lee [13] yang mensyaratkan bahwa energi dari total bidang di sekitar tepi tanggul harus terbatas, kondisi ini membutuhkan variabel fisik yang dalam kasus ini adalah kecepatan v , dalam bentuk

$$v(r) = \mathcal{O}(r^{-1+\tau}), \quad \tau > 0 \quad (8)$$

dengan r menunjukkan jarak titik arus M ke tepi E (lihat Gambar 4). Dengan mengasumsikan domain sebagai bagian luar irisan Φ sudut internal Collin ditunjukkan bahwa koefisien τ memiliki nilai [14], [15].

$$\tau = \frac{\pi}{2\pi - \Phi}. \quad (9)$$

Dengan mengambil nilai $\Phi = \pi/2$ untuk diskontinuitas saluran, memberikan nilai $\tau = 2/3$. Pada permasalahan ini, kecepatan pada titik tepi adalah $v(r) = \mathcal{O}(r^{-1/3})$.



Gambar 4. Titik arus terhadap titik tepi tanggul [14]

Penggunaan model singularitas pada masalah ini dipertimbangkan karena melibatkan ekspansi maupun kontraksi pada saluran. Polinomial Jacobi berbobot [12],[16],[17] juga digunakan untuk menganalisa efek tepi pada sambungan saluran. Selain itu, prosedur Galerkin [18–20] dikombinasikan dengan perkiraan penyelesaian dalam polinomial tertentu digunakan oleh Evans dan Fernyhough [21], Kanoria [22], dan McIver dkk. [23] untuk memodelkan masalah serupa dalam perambatan gelombang. Selanjutnya Kirby dan Lawrie [24], Filippi dkk. [25] dan Solokhin [26] mengembangkan metode analitik untuk kesinambungan tekanan dan kecepatan aksial untuk peredam suara besar berdasarkan pendekatan titik lokasi. Selanjutnya Homentcovschi dan Miles [14], [15] menerapkan metode ekspansi untuk menganalisis diskontinuitas saluran yang simetris sumbu.

Analisis oleh Evans dan Fernyhough [21], Homentcovschi dan Miles [14], Kanoria [22], menunjukkan bahwa perambatan akustik dalam suatu saluran yang dihalangi suatu celah yang berjari-jari b dapat dianalogikan dengan perambatan fluida yang dihalangi tanggul dengan ketinggian b , yang akan memunculkan efek osilasi dan singularitas, yaitu kecepatan aksial di sekitar titik $r = b$,

$$\tilde{v}(r, 0) = K \left[1 - \left(\frac{r}{b} \right)^2 \right]^{-1/3}; \quad 0 \leq r < b, \quad (10)$$

dengan K adalah konstanta.

Seperti halnya untuk perambatan tekanan akustik pada diskontinuitas saluran, perambatan kecepatan volume juga dapat diturunkan

$$Q_{n'}^{(2)}(r, 0^-) = Q_n^{(3)}(r, 0^+); \quad n' = n = 0. \quad (11)$$

Berdasarkan ortogonalitas ragam-ragam yang digunakan kemudian mengintegrasikan profil ragam ψ_n dengan kecepatan volume dengan orde ragam ke- n , diperoleh

$$\int_S \psi_n Q_A dS = \int_S \psi_n \sum_{n'=0}^{\infty} Q_{n'} \psi_{n'} dS = Q_n S. \quad (12)$$

Bentuk $Q_{n'}^{(2)}$ dan $Q_n^{(3)}$ yang menunjukkan ragam longitudinal masing-masing pada silinder A dan B, $\psi_{n'}^{(2)}(r)$ dan $\psi_n^{(3)}(r)$ berkorespondensi dengan ragam radial masing-masing pada silinder A dan B, $\psi_{n'}^{(\mu)(2)}(r/a)$ dan $\psi_n^{(\mu)(3)}(r/b)$. Parameter μ memberikan bentuk singularitas kecepatan pada tanggul, dan $\psi_n^{(\mu)(3)}(r/b)$ adalah polinomial tertentu yang dibangun melalui polinomial Jacobi.

Bentuk $Q_{n'}^{(2)}$ dan $Q_n^{(3)}$ yang menunjukkan ragam longitudinal masing-masing pada silinder A dan B, $\psi_{n'}^{(2)}(r)$ dan $\psi_n^{(3)}(r)$ berkorespondensi dengan ragam radial masing-masing pada silinder A dan B, $\psi_{n'}^{(\mu)(2)}(r/a)$ dan $\psi_n^{(\mu)(3)}(r/b)$. Parameter μ memberikan bentuk singularitas kecepatan pada tanggul, dan $\psi_n^{(\mu)(3)}(r/b)$ adalah polinomial tertentu yang dibangun melalui polinomial Jacobi.

Polinomial Jacobi, $P_n^{(\alpha,\beta)}(z)$ adalah orthogonal untuk $z \in [-1,1]$ dengan fungsi bobot $w(z) = (1-z)^\alpha(1+z)^\beta$. Dengan mengubah variabel $z = 1 - 2x$ menghasilkan polinomial $P_n^{(\alpha,\beta)}(1 - 2x)$ yang orthogonal meliputi interval $[0,1]$ dengan fungsi bobot $w_1(x) = x^\alpha(1-x)^\beta$. Akhirnya, dengan mengubah variabel $x = \rho^2$ dihasilkan polinomial $P_n^{(\alpha,\beta)}(1 - 2\rho^2)$ yang orthogonal pada $\rho \in [0,1]$ dengan fungsi bobot $w_2(\rho) = \rho^{2\alpha+1}(1-\rho^2)^\beta$. Dengan mengisikan $\alpha = 0$ dan $\beta = \mu - 1$, diperoleh

$$\psi_n^{(\mu)}(\rho^2) = P_n^{(\mu-1)}(1 - 2\rho^2); \quad 0 \leq \rho < 1 \quad (13)$$

Polinomial $\psi_n^{(\mu)}(\rho^2)$ merupakan sistem yang lengkap dari fungsi orthogonal yang meliputi interval $(0,1)$ dengan bobot $\rho(1-\rho^2)^{\mu-1}$. Nilai parameter μ diambil 2/3 untuk diskontinuitas saluran. Perhitungan selanjutnya menghasilkan

$$\int_0^1 \rho(1-\rho^2)^{\mu-1} \psi_{n'}^{(\mu)}(\rho^2) \psi_n^{(\mu)}(\rho^2) d\rho = \frac{1}{2(\mu+2n)} \delta_{n'n} \quad (14)$$

melalui rumus

$$P_n^{(\alpha,\beta)}(1 - 2x) = \frac{\Gamma(\alpha+n+1)}{\Gamma(\alpha+1)\Gamma(n+1)} F(-n, \alpha + \beta + 1 + n; \alpha + 1; x) \quad (15)$$

yang diberikan dalam [16], [17], [27] dengan polinomial Jacobi yang argumennya termodifikasi, yang dapat dikaitkan dengan fungsi hipergeometrik Gauss $F(a, b; c; x)$, sehingga

$$P_n^{\mu-1}(1 - 2\rho^2) = F(-n, \mu + n; 1; \rho^2) \quad (16)$$

Dengan meletakkan ortogonalitas fungsi radial, maka diperoleh hubungan ortogonal untuk fungsi basis

$$\begin{aligned} Q_{n'}(0^-) &= \frac{1}{S_A} \int_A \psi_{n'}^{(2)} Q(0^-) dS = \frac{1}{S_A} \int_{S_A} w \psi_{n'}^{(2)} Q_n(0^+) dS \\ &= \frac{1}{S_A} \int_{S_A} \psi_{n'}^{(2)} \sum_{n=0}^{\infty} w \psi_n^{(3)} Q_n(0^+) dS \end{aligned} \quad (17)$$

yang dapat dipersingkat penulisannya menjadi

$$Q_{n'}(0^-) = \sum_{n=0}^{\infty} V_{n'n}(0^\pm) Q_n(0^+), \quad (18)$$

dengan

$$V_{n'n}(0^\pm) = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \frac{\delta_{n'n}}{(2n+\mu)} \quad (19)$$

Notasi matriks kolom $Q_n(0^+)$ merupakan vektor kolom yang berisikan seperti yang diberikan $Q_{n'}(0^-)$ dan

$$Q(0^-) = V_{n'n}(0^\pm) Q(0^+); \quad S_A > S_B \quad (20)$$

dengan $V_{n'n}(0^\pm)$ adalah matriks elemen $V_{n'n}$.

Untuk diskontinuitas ekspansi di $z = l_B$, dapat dilakukan dengan cara yang sama

$$Q(l_B^-) = V_{n'n'}(l_B^\pm) Q(l_B^+); \quad S_C > S_B \quad (21)$$

dengan

$$V_{n'n'}(l_B^\pm) = \left(\frac{c}{b}\right)^2 \frac{\delta_{n'n'}}{(2n+\mu)} \quad (22)$$

Di sini $V_{n'n}(0^\pm)$ dan $V_{n'n'}(l_B^\pm)$ menunjukkan pola konvergensi yang terbentuk akibat optimasi luas penampang *buffer* dan resonator. Seperti telah dijelaskan di atas, singularitas efek tepi hanya dipengaruhi pada kecepatan aksial, dan tekanan akustiknya tetap,

$$p_A(0^-) = p_B(0^+), \quad (23)$$

$$p_B(l_B^-) = p_C(l_B^+) \quad (24)$$

Sehingga diskontinuitas saluran dapat ditulis dalam bentuk matriks, di $z = 0$

$$\begin{pmatrix} p_A(0^-) \\ Q_A(0^-) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & V(0^\pm) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_B(0^+) \\ Q_B(0^+) \end{pmatrix} \quad (25)$$

dan di $z = l_B$

$$\begin{pmatrix} p_B(l_B^-) \\ Q_B(l_B^-) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & V(l_B^\pm) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_C(l_B^+) \\ Q_C(l_B^+) \end{pmatrix} \quad (26)$$

Impedansi Pada Resonator Silinder

Impedansi adalah konsep yang sangat penting dalam akustik. Pada permukaan nyata atau benda padat, impedansi ditentukan oleh hubungan antara tekanan akustik $p(z, \omega)$ dan komponen normal kecepatan volume partikel, $Q(z, \omega)$. Hubungan ini tergantung pada frekuensi, ω . Impedansi dapat digunakan sebagai kondisi batas pada permukaan suatu benda, dan dimungkinkan untuk menyelesaikan masalah gelombang di luar benda tanpa secara eksplisit membahas bagian dalamnya [28–32] dan diberikan oleh

$$Z(z, \omega) = \frac{p(z, \omega)}{Q(z, \omega)} \quad (27)$$

Impedansi pada silinder A dengan syarat batas $z = -l_A$ and $z = 0^-$ diperoleh

$$Z_A(0^-) = Z_{0A} \frac{[iZ_{0A} \tan(k_{zA}l_A) - Z_A(-l_A)]}{[iZ_A(-l_A) \tan(k_{zA}l_A) - Z_{0A}]}$$

Jika silinder A tertutup di $z = -l_A$ maka $Z_A(-l_A) \rightarrow \infty$, sehingga diperoleh

$$Z_A(0^-) = \frac{iZ_{0A}}{\tan(k_{zA}l_A)} \quad (28)$$

Dengan cara yang sama untuk silinder B yang syarat batasnya $z = 0^+$ and $z = l_B^-$, diperoleh

$$Z_B(0^+) = Z_{0B} \frac{[Z_B(l_B^-) + iZ_{0B} \tan(k_{zB}l_B)]}{[Z_{0B} + iZ_B(l_B^-) \tan(k_{zB}l_B)]} \quad (29)$$

Begitu juga untuk silinder C dengan syarat batas pada $z = l_B^+$ dan $z = l_B + l_C$, serta ujung kanan silinder tertutup, $Z_C(l_B + l_C) \rightarrow \infty$, maka

$$Z_C(l_B^+) = \frac{Z_{0C}}{i \tan(k_{zC}l_C)} \quad (30)$$

Permasalahan selanjutnya adalah ketiga silinder ini terhubung secara paralel dengan panjang dan luas penampang silinder berbeda, maka impedansi dan frekuensi resonansi sangat bergantung pada parameter-parameter tiap silindernya. Masalah geometri suatu resonator merupakan permasalahan yang sangat penting khususnya yang berkaitan dengan perubahan luas penampang secara mendadak baik dari luas penampang kecil ke besar (kontraksi) atau sebaliknya (ekspansi).

Diskontinuitas Kontraksi

Bila diasumsikan kecepatan volume di diskontinuitas kontraksi tidak sama (lihat persamaan 20), maka impedansi di diskontinuitas kontraksi ini adalah

$$\frac{1}{S_A} \frac{p_A(0^-)}{Q_A(0^-)} = \frac{1}{V(0^\pm)S_B} \frac{p_B(0^+)}{Q_B(0^+)} \quad (31)$$

Impedansi pada diskontinuitas kontraksi diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan (28), (29) dan ke persamaan (31)

$$Z_B(l_B^-) = iZ_{0B} \frac{[V(0^\pm)S_B^2k_{zB} - S_A^2k_{zA} \tan(k_{zA}l_A) \tan(k_{zB}l_B)]}{[V(0^\pm)S_B^2k_{zB} \tan(k_{zB}l_B) + S_A^2k_{zA} \tan(k_{zA}l_A)]}$$

yang merupakan konsekuensi langsung dari persamaan kontinuitas. Ini membuktikan juga bahwa luas penampang dari suatu saluran yang berubah secara mendadak juga mengubah impedansinya. Pada diskontinuitas kontraksi ini,

$$Z_B(l_B^-) = iZ_{0B} \frac{[V(0^\pm)S_B^2k_{zB} - S_A^2k_{zA} \tan(k_{zA}l_A) \tan(k_{zB}l_B)]}{[S_A^2k_{zA} \tan(k_{zA}l_A)]} \quad (32)$$

Diskontinuitas Ekspansi

Sama halnya dengan diskontinuitas ekspansi, impedansi pada diskontinuitas kontraksi juga diperoleh

$$\frac{1}{S_B} \frac{p_B(l_B^-)}{Q_B(l_B^-)} = \frac{1}{V(l_B^\pm)S_C} \frac{p_C(l_B^+)}{Q_C(l_B^+)} \quad (33)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (28), dan (29) ke persamaan (33) dengan mempertimbangkan kecepatan volume di diskontinuitas saluran seperti pada persamaan (21), maka diperoleh

$$\begin{aligned} & V(0^\pm)V(l_B^\pm)S_B^2S_C^2k_{zC}k_{zB} \tan(k_{zC}l_C) - \\ & V(l_B^\pm)S_A^2S_C^2k_{zC}k_{zA} \tan(k_{zA}l_A) \tan(k_{zB}l_B) \tan(k_{zC}l_C) = \\ & -S_A^2S_B^2k_{zA}k_{zB} \tan(k_{zA}l_A) \end{aligned} \quad (34)$$

Jika diasumsi bahwa panjang gelombang suara yang dirambatkan sangat kecil dibandingkan dengan panjang silinder, $k_{ZA}l_A \ll 1$, $k_{ZB}l_B \ll 1$ dan $k_{ZC}l_C \ll 1$, maka $\tan(k_{ZA}l_A) \approx k_{ZA}l_A$, $\tan(k_{ZB}l_B) \approx k_{ZB}l_B$, dan $\tan(k_{ZC}l_C) \approx k_{ZC}l_C$ serta dimensi silinder A sama dengan silinder C , sehingga bilangan gelombang pada silinder A (dan silinder C karena ukuran silinder A sama dengan silinder C) adalah

$$k_{ZA}^2 = k_{ZC}^2 = \frac{S_B^2 + V(0^\pm)V(4,5)S_B^2}{V(l_B^\pm)S_A^2 l_A l_B} \quad (35)$$

dan bilangan gelombang pada silinder B berupa resonator silinder tunggal [33], yaitu

$$k_{ZB}^2 = \left(\frac{\pi k}{l_B}\right)^2 + \left(\frac{\pi \alpha_{mn}}{b}\right)^2 \quad (36)$$

Dengan demikian frekuensi resonansi pada resonator silinder tipe-H merupakan jumlah dari bilangan gelombang di tiap silindernya [34]

$$k_0^2 = k_{ZA}^2 + k_{ZB}^2 + k_{ZC}^2 \quad (37)$$

Bilangan gelombang pada persamaan (37) merupakan kombinasi dari dimensi tiap silinder A (*buffer*), silinder B (resonator) dan silinder C (*buffer*), menunjukkan bahwa impedansi di diskontinuitas saluran resonator akan lenyap pada frekuensi tertentu, yaitu adanya faktor koreksi pada frekuensi resonansi resonator tunggal (persamaan 35), sehingga diperoleh frekuensi resonansi resonator silinder tipe-H,

$$f_{kmn} = \frac{c_s}{2\pi} \sqrt{2 \left(\frac{S_B^2 + V(0^\pm)V(l_B^\pm)S_B^2}{V(l_B^\pm)S_A^2 l_A l_B} \right) + \left(\frac{\pi k}{l_B} \right)^2 + \left(\frac{\pi \alpha_{mn}}{b} \right)^2} \quad (38)$$

Dengan k , m , and n masing-masing adalah ragam normal longitudinal, azimuthal, dan radial; c_s , b , S_A , S_B , l_A , l_B , dan α_{mn} masing-masing adalah kelajuan suara dalam medium, jari-jari resonator silinder B , luas penampang silinder A dan B , panjang silinder A dan B dan akar orde ke- n fungsi Bessel. Untuk ragam normal silinder berongga dapat dibagi menjadi, ragam longitudinal murni ($m = n = 0$), ragam azimuthal murni ($k = n = 0$) and ragam radial murni ($k = m = 0$).

Dengan menggabungkan persamaan (6), (8), (10), (25), dan (26) akan terbentuk matriks transmisi dalam resonator silinder tipe-H berbentuk

$$\begin{pmatrix} p_A(-l_A) \\ Q_A(-l_A) \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} p_C(l_B + l_C) \\ Q_C(l_B + l_C) \end{pmatrix} \quad (39)$$

dengan

$$T = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & V(0^\pm) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & V(l_B^\pm) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \quad (40)$$

Matriks transmisi T mengandung parameter yang dioptimasi, yaitu luas penampang masing-masing silinder, S_A , S_B dan S_C , panjang masing-masing l_A , l_B dan l_C , serta frekuensi resonansi, f . Dalam kasus ini, *buffer* A dan C memiliki dimensi yang sama, $S_A = S_C$ dan $l_A = l_C$.

Algoritme Genetika (AG)

Algoritma genetika (AG) adalah teknik optimasi dan pencarian berdasarkan prinsip genetika dan seleksi alam (evolusi biologi). Metode ini dikembangkan pertama kali oleh John Holland tahun 1975 bersama muridnya bernama De Jong [35], [36] dan diperluas ke optimasi fungsional, kemudian melibatkan penggunaan strategi pencarian optimasi yang dipolakan berdasarkan gagasan Darwin tentang seleksi alam dan evolusi. AG menyelesaikan tugas pengoptimalan dengan memulai dari "populasi" nilai acak untuk parameter masalah pengoptimalan. Setelah itu, "generasi" baru dengan nilai fungsi tujuan yang ditingkatkan dihasilkan. Untuk mencapai evolusi pada generasi baru, sistem biner digunakan.

Sistem biner adalah representasi bilangan real dan bulat. Selain itu, dengan memanipulasi string, operator reproduksi, *crossover*, mutasi, dan *elitisme* bekerja berurutan. Penjelasan singkat tentang operator AG dan komponennya diberikan sebagai berikut [36–39]. a) *Populasi dan Kromosom*, populasi awal dimulai pengacakan. Set parameter dikodekan untuk membentuk *string* yang mewakili kromosom. Dengan mengevaluasi fungsi tujuan, setiap kromosom diberi *fitness*. b) *Parent*, menggunakan perhitungan probabilistik yang dibobot dengan kebugaran relatif, pasangan kromosom dipilih sebagai *parent*.

Setiap individu dalam populasi diberi ruang pada roda *roulette* yang sebanding dengan kebugaran relatif individu. Individu dengan porsi terbesar pada roda memiliki kemungkinan terbesar untuk dipilih sebagai generasi induk untuk generasi berikutnya. c) *Offspring*, sepasang keturunan dihasilkan dari induk yang dipilih *crossover*. *Crossover* terjadi dengan probabilitas *pc*. Selanjutnya, dilakukan seleksi acak dari persilangan dan kombinasi dari 2 data genetik tertua. Skema *single-point crossover* dipilih dari

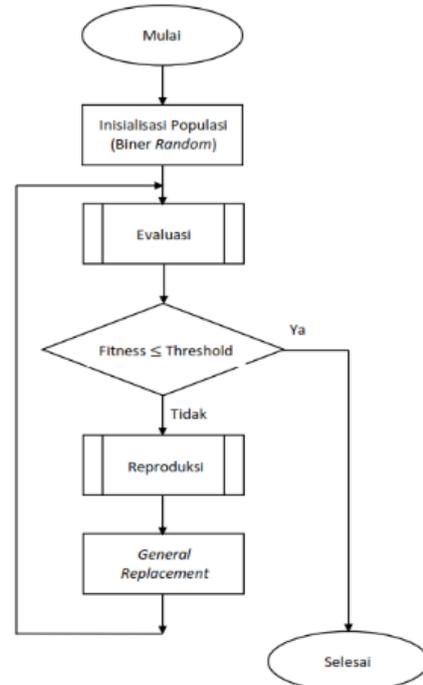
optimasi AG. Rekombinasi dan pemilihan induk adalah metode utama untuk evolusi AG. d) *Mutasi*, operator mutasi digunakan untuk menyediakan keragaman yang dibutuhkan populasi dan mencari di daerah yang berbeda. Secara genetik, mutasi terjadi dengan probabilitas pm dimana titik baru dan tak terduga dibawa ke dalam domain pencarian pengoptimal AG.

Ini adalah operator penting yang memperkenalkan keragaman ke dalam populasi dan mencegah AG menjadi jenuh dengan solusi di optimum lokal. e) *Elitisme*, elitisme memperkenalkan kembali kandidat terbaik di setiap generasi. Ini dapat mencegah gen terbaik menghilang dan meningkatkan akurasi optimasi selama reproduksi. f) *Generasi Baru*, reproduksi meliputi seleksi, *crossover*, mutasi, dan *elitisme*. Reduplikasi berlanjut sampai generasi baru terbangun dan generasi asli diganti. Karakteristik *fit* tinggi menghasilkan lebih banyak salinan diri pada generasi berikutnya sehingga dihasilkan pergerakan populasi ke arah optimal. Proses dapat dihentikan ketika jumlah generasi maksimum yang telah ditentukan (gen_no) telah tercapai.

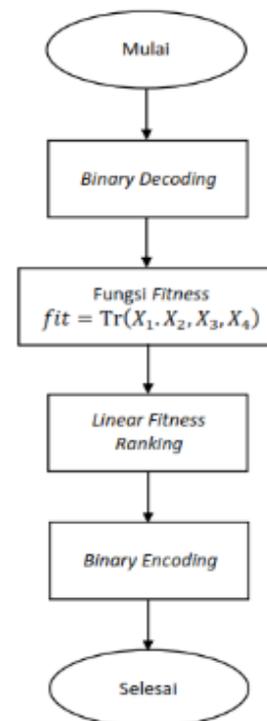
Metode AG diawali dengan membangkitkan bilangan random dari 0-1 dalam matriks yang diubah dalam bilangan biner 0 dan 1 (dengan cara pembulatan ke 0 jika $< 0,5$ dan ke 1 jika $> 0,5$). Bilangan biner yang tersimpan disebut inisiasi populasi. Selanjutnya, proses evolusi dimulai *decode* kromosom ke dalam fungsi *fitness* yang menghasilkan nilai *fitness*. Nilai *fitness* diproses untuk mendapatkan nilai variabel *output*. Kode diubah kembali ke kromosom biner yang dinamakan *encoding*. Mengurutkan setiap individu di dalam populasi sesuai dengan *fitness*-nya.

Proses evaluasi merupakan proses utama dalam optimasi ini. Proses ini merupakan jembatan penghubung antara fenomena fisis dengan program yang dibuat. Setelah itu, kromosom biner dari hasil encoding dicocokkan, apakah mencapai optimasi atau belum. Bila belum, maka selanjutnya proses reproduksi. Reproduksi merupakan bagian penting dari proses biologi untuk mendapatkan generasi yang lebih baik. Langkah awal dengan mengkopi kromosom terbaik dari setiap populasi yang disebut elitisme. Selanjutnya, proses pemilihan induk secara *roulette wheel selection*, yang mana kedua induk yang dipilih akan dikawinkan. Perkawinan ini dilakukan dengan persilangan satu titik potong yang akan menghasilkan dua anakan berbeda. Proses reproduksi masih berlangsung dan beberapa gen dalam kromosom anakan akan mengalami mutasi.

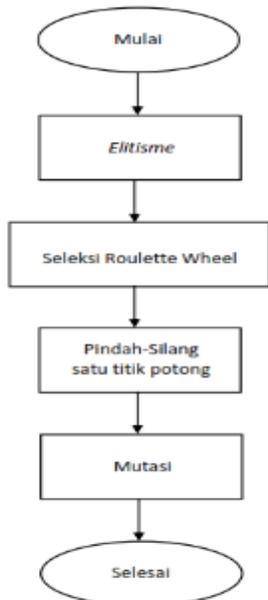
Proses selanjutnya adalah penggantian generasi lama dengan generasi yang baru secara menyeluruh. Generasi baru hasil *general replacement* dievaluasi kembali sampai proses terhenti jika tercapai optimasi atau sampai generasi terakhir diproses. Adapun diagram alir AG dalam optimasi resonator tipe-H ini ditunjukkan pada Gambar 5-7.



Gambar 5. Program utama AG



Gambar 6. Sub-program evaluasi

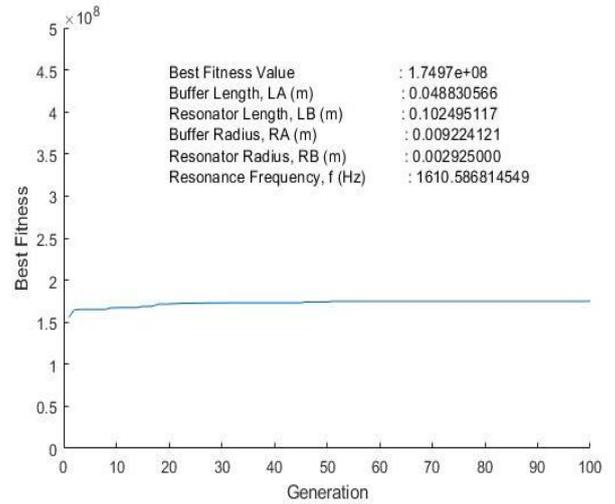


Gambar 7. Sub-program reproduksi

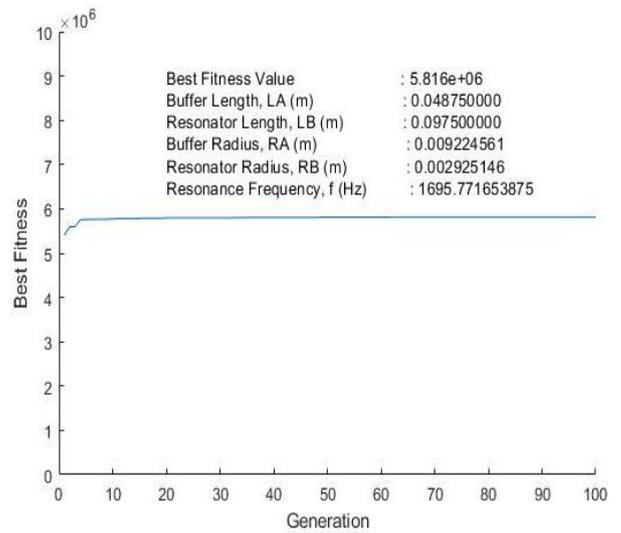
Hasil dan Pembahasan

Dalam penelitian ini, optimasi desain resonator silinder tipe-H mengandung parameter dioptimalkan, yaitu panjang *buffer* (l_{buf}) dan resonator (l_{res}) serta jejari *buffer* (r_{buf}) dan resonator (r_{res}) untuk mendapatkan frekuensi resonansi (f) untuk ragam normal longitudinal terkecil [100] pada gas etilen. Parameter yang digunakan dalam optimasi ini adalah kerapatan (ρ_0), kelajuan suara (c_s), jumlah populasi awal (pop), peluang persilangan (pc), peluang mutasi (pm), generasi maksimum ($itermax$), dan nilai toleransi (tol) dengan nilai 1,178 kg/m³³; 330 m/s; 30; 0,95; 0,005; 100; dan 10⁻²⁰. Hasil optimasi yang diperoleh ditunjukkan pada Gambar 8 dan 9. Gambar 8 menunjukkan optimasi tekanan tetap dan kecepatan volume berubah di diskontinuitas saluran. Gambar 9 sebagai pembandingan tekanan dan kecepatan volume yang tidak berubah di diskontinuitas saluran.

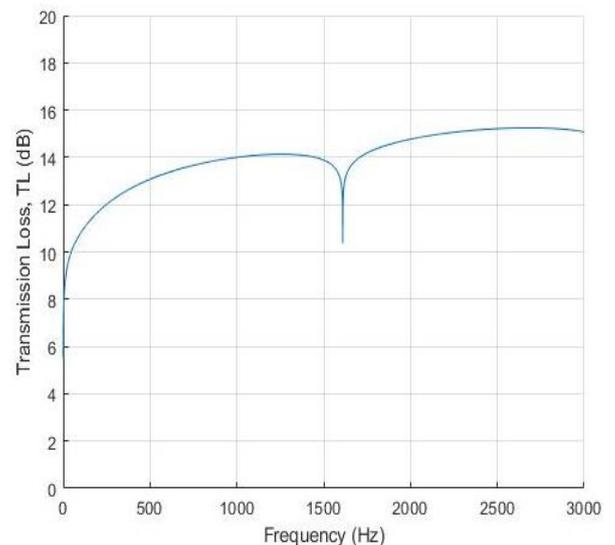
Pada Gambar 8 dan 9, nilai *Best Fitness Value* berkorelasi dengan nilai koefisien transmisi akustik terbesar, dan terlihat optimasi dengan kecepatan volume yang berubah memiliki nilai transmisi lebih besar daripada kecepatan volume yang tidak berubah. Parameter yang berkaitan dengan koefisien transmisi terbesar adalah pada kerugian transmisi terkecil. Dari Gambar 10, kerugian transmisi sebesar 10,37 dB pada frekuensi 1610,6 Hz untuk kecepatan volume berubah. Gambar 11 merupakan kerugian transmisi pada kecepatan volume tetap dan kerugian transmisi 10,04 dB pada frekuensi 1695,8 Hz.



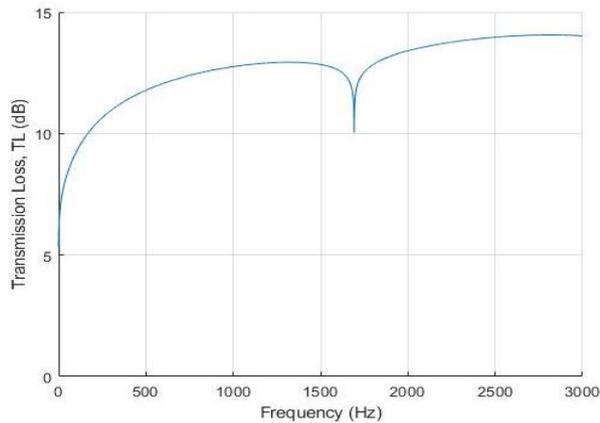
Gambar 8. Optimasi tekanan tetap dan kecepatan volume berubah di diskontinuitas saluran



Gambar 9. Optimasi tekanan dan kecepatan volume tidak berubah di diskontinuitas saluran



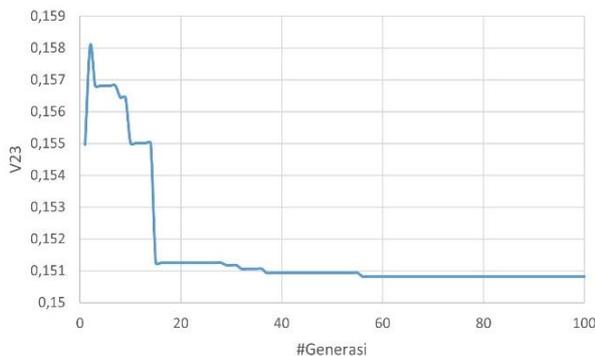
Gambar 10. Kerugian transmisi pada kecepatan volume berubah



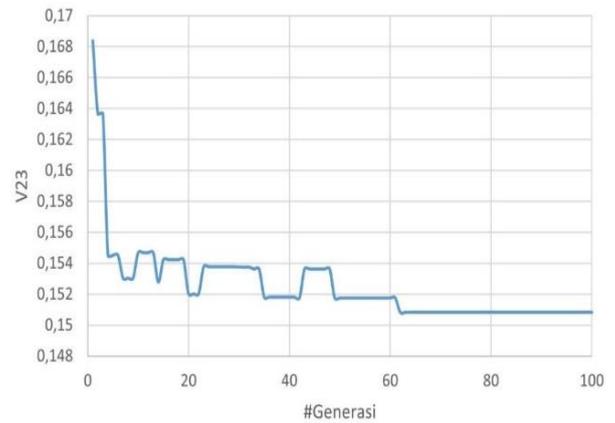
Gambar 11. Kerugian transmisi pada kecepatan volume tetap

Di sini terlihat diskontinuitas saluran mempengaruhi kerugian transmisi. Walaupun kerugian transmisi pada kecepatan volume berubah lebih besar daripada yang tetap, tetapi koefisien transmisinya jauh lebih besar. Efektivitas perbandingan luas penampang *buffer* dan resonator memainkan peranan penting dalam mendapatkan nilai koefisien transmisi terbesar dan desain optimal resonator. Hal ini terkait singularitas efek tepi dimana sewaktu gelombang akustik merambat kemudian menumbuk ujung tepi saluran yang luas penampangnya lebih kecil akan mengakibatkan gelombang berosilasi. Semakin lama osilasi, maka menjadikan singularitas semakin besar dan mereduksi gelombang yang merambat. Yang diinginkan dalam penelitian ini lebih cepat gelombang mencapai konvergensi.

Gambar 12 menunjukkan osilasi untuk mencapai konvergensi sampai pada generasi ke 56, lebih cepat daripada Gambar 13 pada generasi ke 62. Tabel 1 menunjukkan bahwa panjang resonator (l_{res}) pada kecepatan volume berubah adalah lebih besar daripada kecepatan volume tetap dengan nilai frekuensi resonansi (f) kecepatan volume berubah lebih kecil daripada kecepatan volume tetap.



Gambar 12. Konvergensi osilasi pada kecepatan volume berubah



Gambar 13. Konvergensi osilasi pada kecepatan volume tetap

Tabel 1. Kecepatan volume di diskontinuitas

Koef. Trans.	l_{buf} (mm)	l_{res} (mm)	r_{buf} (mm)	r_{res} (mm)	f (Hz)
Kecepatan Volume Berubah					
1,75E+08	48,83	102,50	9,22	2,93	1610,59
1,75E+08	48,79	102,50	9,22	2,93	1610,59
1,75E+08	48,79	102,50	9,22	2,93	1610,59
1,75E+08	48,83	102,50	9,22	2,93	1610,59
1,75E+08	48,75	102,50	9,22	2,93	1610,59
Kecepatan Volume Tetap					
5,82E+06	48,75	97,50	9,22	2,93	1695,77
5,81E+06	48,75	97,50	9,22	2,93	1696,78
5,82E+06	48,75	97,50	9,22	2,93	1695,77
5,82E+06	48,76	97,50	9,22	2,93	1695,77
5,82E+06	48,75	97,50	9,22	2,93	1695,77

Kesimpulan

Perubahan luas penampang saluran secara mendadak (diskontinuitas) pada resonator silinder tipe-H mempengaruhi perambatan akustik di dalamnya. Bentuk gelombang yang berosilasi sewaktu gelombang menumbuk pada luas penampang yang lebih kecil membentuk singularitas efek tepi yang mengakibatkan sebagian energi hilang, parameter kecepatan volume berpengaruh terhadap diskontinuitas ini. Pengaruh kecepatan volume di diskontinuitas saluran ini dapat dilihat dari nilai koefisien transmisinya yang besar dan pola osilasinya yang lebih cepat mencapai konvergensi. Adapun nilai desain optimal resonator silinder tipe-H yang diperoleh ini adalah $l_{buf} = 48,8$ mm, $l_{res} = 102,5$ mm, $r_{buf} = 9,2$ mm, dan $r_{res} = 2,9$ mm, serta nilai frekuensi resonansi $f = 1610,6$ Hz.

Ucapan Terima Kasih

Ucapan terima kasih sebesar-besarnya diberikan kepada LPDP yang telah mensponsori penelitian ini dengan nomor kontrak 201710210211540.

Daftar Pustaka

- [1] Baumann, B., Wolff, M., Kost, B., & Groninga, H. (2007). Finite element calculation of photoacoustic signals. *Applied Optics*, 46(7), 1120-1125.
- [2] El-Busaidy, S., Baumann, B., Wolff, M., & Duggen, L. (2018). Photoacoustics modelling using amplitude mode expansion method in a multiscale t-cell resonator. *arXiv preprint arXiv:1810.11618*.
- [3] Kost, B., Baumann, B., Germer, M., & Wolff, M. (2009). Shape optimization of photoacoustic resonators. *WIT Trans. Built Environ*, 106(5), 45-54.
- [4] Bijnen, F. G. C., Reuss, J., & Harren, F. J. M. (1996). Geometrical optimization of a longitudinal resonant photoacoustic cell for sensitive and fast trace gas detection. *Review of Scientific Instruments*, 67(8), 2914-2923.
- [5] Riddle, A., & Selker, M. (2006). Impedance-optimized photo-acoustic spectroscopy. *Applied Physics B*, 85(2), 329-336.
- [6] Ranjbar, M., Arslanb, H., & Orak, M. (2018). Effect of geometry modification on sound transmission loss in multi-chamber muffler. In *The 8th International Conference on Acoustics & Vibration (ISAV2018) (pp. 1-12)*.
- [7] Bijnen, F. G. C., Reuss, J., & Harren, F. J. M. (1996). Geometrical optimization of a longitudinal resonant photoacoustic cell for sensitive and fast trace gas detection. *Review of Scientific Instruments*, 67(8), 2914-2923.
- [8] Karal, F. C. (1953). The analogous acoustical impedance for discontinuities and constrictions of circular cross section. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 25(2), 327-334.
- [9] Peat, K. S. (1988). The acoustical impedance at discontinuities of ducts in the presence of a mean flow. *Journal of Sound and Vibration*, 127(1), 123-132.
- [10] Liu, B., Liu, J., Wei, W., Shen, H., & Wei, Z. (2018). Suppression of low frequency sound transmission in fluid-filled pipe systems through installation of an anechoic node array. *AIP Advances*, 8(11), 115-123.
- [11] Chen, F. (2014). Optimization design of muffler based on acoustic transfer matrix and genetic algorithm. *Journal of Vibroengineering*, 16(5), 2216-2223.
- [12] Homentcovschi, D., & Bercia, R. (2018). Re-expansion method for generalized radiation impedance of a circular aperture in an infinite flange. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 144(1), 32-40.
- [13] Mitra, R., & Lee, S. W. (1971). *Analytical techniques in the theory of guided waves*. New York: MacMilan.
- [14] Homentcovschi, D., & Miles, R. N. (2010). A re-expansion method for determining the acoustical impedance and the scattering matrix for the waveguide discontinuity problem. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 128(2), 628-638.
- [15] Homentcovschi, D., & Miles, R. N. (2012). Re-expansion method for circular waveguide discontinuities: Application to concentric expansion chambers. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 131(2), 1158-1171.
- [16] Zwillinger, D., & Jeffrey, A. (Eds.). (2007). *Table of integrals, series, and products*. Elsevier.
- [17] Romer, R. H. (1996). Handbook of mathematical formulas and integrals by Alan Jeffrey. *American Journal of Physics*, 64(1), 350-351.
- [18] Farooqui, M., Aurégan, Y., & Pagneux, V. (2018). Acoustic Propagation in lined ducts with varying cross-section using a Mild-Slope approximation. *arXiv preprint arXiv:1809.03277*.
- [19] Sadiku, M. N. (2018). *Computational Electromagnetics with MATLAB®*. CRC Press.
- [20] Wilcox, L. C., Stadler, G., Burstedde, C., & Ghattas, O. (2010). A high-order discontinuous Galerkin method for wave propagation through coupled elastic-acoustic media. *Journal of Computational Physics*, 229(24), 9373-9396.
- [21] Evans, D. V., & Fernyhough, M. (1995). Edge waves along periodic coastlines. Part 2. *Journal of Fluid Mechanics*, 297(1), 307-325.
- [22] Kanoria, M. (2001). Water wave scattering by thick rectangular slotted barriers. *Applied Ocean Research*, 23(5), 285-298.
- [23] McIver, M., Linton, C. M., & Zhang, J. (2002). The branch structure of embedded

- trapped modes in two-dimensional waveguides. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, 55(2), 313-326.
- [24] Kirby, R., & Lawrie, J. B. (2005). A point collocation approach to modelling large dissipative silencers. *Journal of Sound and Vibration*, 286(1), 313-339.
- [25] Filippi, P., Bergassoli, A., Habault, D., & Lefebvre, J. P. (1998). *Acoustics: Basic physics, theory, and methods*. Elsevier.
- [26] Solokhin, N. (2003). Basic types of discontinuity in circular acoustic wave guide. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 114(5), 2626-2632.
- [27] Abramowitz, M., & Stegun, I. A. (Eds.). (1964). *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables (Vol. 55)*. US Government printing office.
- [28] Chaigne, A., & Kergomard, J. (2016). *Acoustics of musical instruments (pp. 844-pages)*. New York, NY: Springer New York.
- [29] Kim, Y. H. (2010). *Sound propagation: an impedance-based approach*. John Wiley & Sons.
- [30] Kinsler, L. E., Frey, A. R., Coppens, A. B., & Sanders, J. V. (2000). *Fundamentals of acoustics*.
- [31] Kuttruff, H. (2007). *Acoustics: An introduction*. CRC Press.
- [32] Noreland, D. (2003). Impedance boundary conditions for acoustic waves in a duct with a step discontinuity. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 71(2), 197-224.
- [33] Besson, J. P. (2006). *Photoacoustic spectroscopy for multi-gas sensing using near infrared lasers* (No. THESIS). EPFL.
- [34] Bruneau, M., Garing, C., & Leblond, H. (1985). Quality factor and boundary-layer attenuation of lower order modes in acoustic cavities. *Journal de Physique*, 46(7), 1079-1085.
- [35] Haupt, R. L., & Haupt, S. E. (2004). *Practical genetic algorithms*. John Wiley & Sons.
- [36] Bramantyo, N. (2006). *Desain resonator Helmholtz ganda dengan menggunakan Matlab*. Universitas Sebelas Maret.
- [37] McCall, J. (2005). Genetic algorithms for modelling and optimisation. *Journal of computational and Applied Mathematics*, 184(1), 205-222.
- [38] Chipperfield, A. J., & Fleming, P. J. (1995). *The MATLAB genetic algorithm toolbox*.
- [39] Yeh, L. J., Chang, Y. C., & Chiu, M. C. (2005). Shape optimal design on double-chamber mufflers using simulated annealing and a genetic algorithm. *Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences*, 29(4), 207-224.

ANALISIS KONDISI NORMAL DAN MALFUNGSI *PRESSURIZED HEAVY WATER REACTOR* DENGAN IAEA *CONVENTIONAL PHWR SIMULATOR*

NORMAL AND MALFUNCTION CONDITION ANALYSIS OF PRESSURIZED HEAVY WATER REACTOR USING IAEA CONVENTIONAL PHWR SIMULATOR

Rachmad Widyanto, Rida Siti Nuraini Mahmudah*

Program Studi Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta 55281, Indonesia

*email korespondensi: rida@uny.ac.id

Abstrak

Pressurized Heavy Water Reactor (PHWR) adalah salah satu reaktor nuklir yang teknologinya terus dikembangkan hingga saat ini. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui perubahan nilai parameter besaran daya yang dihasilkan saat kondisi normal dan malfungsi menggunakan *conventional PHWR simulator*. Telah dilakukan empat simulasi variasi keadaan, yaitu keadaan normal sebagai pembandingan atau variabel kontrol dan tiga keadaan malfungsi yang akan menunjukkan beberapa perubahan nilai parameter. Setiap variasi keadaan diberi waktu pengamatan selama empat menit dengan pencatatan data untuk setiap menitnya. Analisis data dilakukan dengan membandingkan nilai dari beberapa parameter yang dapat mempengaruhi besaran daya yang dihasilkan. Pada keadaan normal, nilai parameter pada *reactor power*, *thermal power* dan *turbine power* cenderung konstan atau stabil dengan beberapa perubahan nilai yang kecil serta daya yang dihasilkan tetap yaitu 924,04 MW. Sedangkan pada keadaan *turbine spurious trip* terdapat nilai parameter yang fluktuatif, tetap, menurun, dan meningkat dengan daya yang dihasilkan sebesar 0 MW. Untuk malfungsi *FW LCV101 fails open*, perubahan nilainya juga fluktuatif, menurun, dan berubah dengan daya akhir yang dihasilkan sebesar 0 MW. Terakhir, pada keadaan *one bank of absorber rod drops* terjadi perubahan nilai yang fluktuatif, meningkat, dan tetap dengan daya akhir yang dihasilkan sebesar 380,58 MW.

Kata kunci: reaktor nuklir, PHWR, malfungsi, daya

Abstract

Pressurized Heavy Water Reactor (PHWR) is one of nuclear reactors whose technology being developed continuously up until now. This study aims to investigate parameter value changes in the generated power at normal and malfunction conditions using *conventional PHWR simulator*. We performed four simulations, i.e., normal condition as the benchmark or control variable, and three malfunction conditions that show several parameter values changes. Every simulation was run for four minutes, and data was taken in every minute. Data was analyzed by comparing value of several parameters that affect the generated power level. In normal condition, parameter value of *reactor power*, *thermal power* and *turbine power* are tending to constant or stable with relatively small changes and constant power level, i.e., 924.04 MW. Meanwhile, on *turbine spurious trip*, parameter value changes are volatile: constant, decreasing and increasing with the power level of 0 MW. On *FW LCV101 fails open* malfunction, the changes are also volatile, decreasing and changing constantly with the final power level of 0 MW. Lastly, on *one bank of absorber rod drops* condition, parameter values are also changing volatily increasing with final generated power level of 380.58 MW.

Keywords: nuclear reactor, PHWR, malfunction, power

Pendahuluan

Reaktor merupakan pusat dari pembangkit tenaga nuklir. Hingga sekarang, teknologi ini memiliki perkembangan yang pesat. Salah satunya berkaitan dengan jenis desain reaktor yang meliputi *Pressurized Water Reactor (PWR)*, *Boiling Water Reactor (BWR)*, *Conventional PHWR* atau *Pressurized Heavy Water Reactors* [1]. Dalam reaktor akan dihasilkan energi panas dari reaksi nuklir, baik fisi maupun fusi sebagai tenaga untuk menggerakkan sistem pembangkit listrik. Jenis reaktor yang akan diteliti difokuskan pada *Pressurized Heavy Water Reactor (PHWR)*.

PHWR telah dioperasikan sebagai reaktor nuklir yang efisien dan fleksibel dalam bahan bakar [2]. Reaktor ini dikembangkan di Canada dengan desain yang disebut CANDU (Canada Deuterium Uranium) [3] menggunakan silinder yang disebut *calandria* dengan diameter 7,6 meter sebagai tempat menyimpan tabung horizontal (*Zircaloy*) yang berisi bahan bakar UO_2 . *Zircaloy* dikelilingi pendingin berupa air berat D_2O . Pendingin tersebut seperti halnya pada *Pressurized Water Reactors (PWR)* yang menggunakan air biasa sebagai pendinginnya. Di luar *calandria* digunakan D_2O sebagai moderator [4] serta dijaga agar berada pada tekanan dan temperatur rendah.

Terdapat juga tabung tekanan yang membatasi suhu dan tekanan tinggi di dalam tabung dengan suhu dan tekanan rendah di luar tabung [5]. Spasi antara tekanan dan tabung *calandria* berfungsi menjaga suhu rendah pada moderator yakni kurang 80 °C [6]. Air berat yang digunakan diberi perlakuan agar tidak mengalami proses pendidihan [7]. Penelitian ini mengetahui nilai parameter akibat adanya perubahan kondisi nilai parameter daya yang dihasilkan. Dari keadaan akhir dapat dirunut parameter lain yang menyebabkan perubahan pada nilai daya tersebut. Terdapat beberapa penelitian mengenai reaktor PHWR yang telah dilakukan [8-11], di antaranya adalah penelitian Erlandson *et al.* [8] mengenai aplikasi keamanan terhadap bahan bakar nuklir menggunakan *Muon Scattering Tomography*.

Penelitian tersebut lebih memfokuskan analisis bahan bakar yang digunakan pada PHWR. Sedangkan penelitian ini lebih fokus pada analisis hasil simulasi terhadap variasi keadaan untuk mengetahui hasil daya yang dihasilkan berdasar parameter lain yang mempengaruhinya. Penelitian lain oleh Pranetha [9] membahas pengaruh seismik terhadap sistem reaktor nuklir PHWR, dimana digunakan data gempa lampau sebagai data pendukung analisisnya. Sedangkan pada penelitian ini lebih mengacu pada data simulasi yang diperoleh menggunakan simulator CANDU.

Metode Penelitian

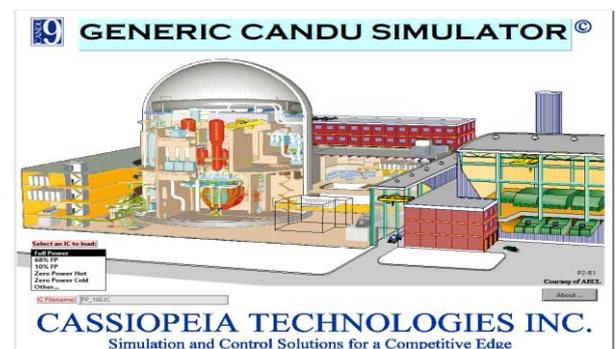
Pada penelitian ini digunakan simulator CANDU PHWR. Simulator ini menampilkan komponen reaktor secara lengkap serta mudah dipahami. Terdapat 17 jendela tampilan yang menunjukkan beberapa tampilan sistem kerja reaktor secara menyeluruh termasuk grafik. Beberapa fitur dapat di-*setting* manual maupun otomatis. Pada penelitian ini digunakan tampilan *plant overview* yang menunjukkan sistem reaktor secara keseluruhan. Tampilan ini cenderung otomatis dengan beberapa parameter yang dapat di-*setting* manual seperti *time scroll* dan *resolution* yang berada di pojok kanan bawah tampilan. Terdapat juga *control button* lain yang difungsikan untuk mengontrol jalannya simulasi seperti menu *freeze*, *run*, *iterate*, *IC*, *malf*, dan *help*.

Freeze berfungsi menghentikan simulasi, *run* digunakan menjalankan simulasi, *iterate* berfungsi mengulang simulasi, *IC* berfungsi *load* data simulasi, *malf* berfungsi men-*setting* malfungsi yang akan digunakan, dan *help* berfungsi bantuan. Simulasi ini menghadirkan penanda apabila terjadi malfungsi dalam indikator lampu yang akan

menyala kuning apabila situasi tertentu terjadi dan akan mati apabila situasi kembali normal. Terdapat 21 peringatan sebagai contoh yaitu *Reactor Trip*, *Turbine Trip*, *ROH Press Lo Lo*, dan *ROH Press Hi Hi*. Indikator peringatan ini sama untuk ke-16 tampilan yang disediakan kecuali tampilan *Trends*.

Penelitian ini dilakukan dengan empat variasi kondisi yaitu normal, *turbine spurious trip*, *FW LCV101 fails open*, dan *one bank of absorber rod drops*. Pada kondisi normal, sistem reaktor berjalan stabil dengan adanya sedikit perubahan nilai yang masih dapat ditoleransi serta dapat menghasilkan daya yang optimal. Malfungsi *turbine spurious trip* merupakan kondisi kegagalan turbin yang diakibatkan putaran turbin yang terlalu cepat, tersendatnya turbin, dan masalah pada aliran uap bertekanan sehingga mengakibatkan penutupan katup aliran uap bertekanan. Hal ini menghentikan putaran turbin sehingga tidak dapat menghasilkan daya.

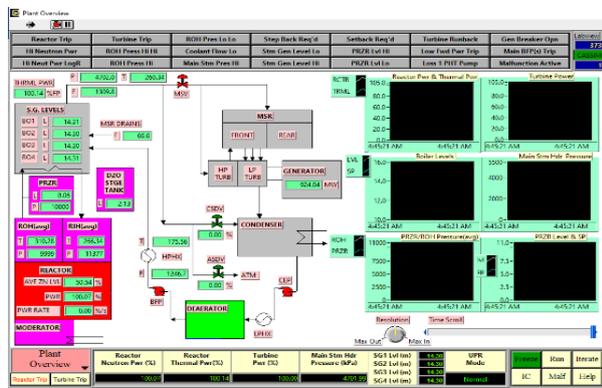
Pada *FW LCV101 fails open*, *FW LCV101* merupakan katup kontrol *feed water* yang mengatur aliran uap bertekanan dari *condenser* ke SG 1 dimana pada kondisi malfungsi, katup tidak dapat dibuka, sedangkan malfungsi terakhir yaitu *one bank of absorber rod drops* merupakan malfungsi pada sistem batang kendali yang berakibat berkurangnya energi yang dihasilkan. Setiap variasi diberikan waktu pengamatan selama empat menit dengan dilakukan pencatatan data untuk setiap menitnya.



Gambar 1. Tampilan awal simulator CANDU

Objek yang diamati pada simulasi ini yaitu parameter daya yang dihasilkan. Parameter ini disajikan dalam Tabel 1, 2, 3, dan 4. Untuk kondisi normal dapat dilakukan dengan membuka aplikasi CANDU dan memilih IC pada kondisi *full power* seperti Gambar 1. Untuk menjalankannya dengan menekan tombol *run* di pojok kanan bawah tampilan seperti Gambar 2. Sedangkan untuk memilih jenis malfungsi dapat melalui ikon *malf* pada pojok kanan bawah tampilan.

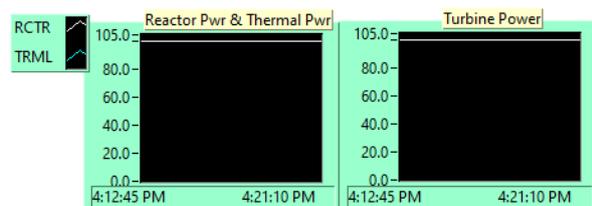
Pencatatan data pada setiap menitnya dilakukan dengan menekan tombol *freeze* untuk menghentikan sementara simulasi. Beberapa perubahan nilai yang terjadi dicatat sebagai keadaan pembandingan terhadap lama waktu simulasi yang dianalisis perubahan yang terjadi yang berakibat pada perbedaan nilai daya. Gambar 2 menunjukkan beberapa nilai parameter beserta tampilan grafik. Dalam penelitian ini lebih difokuskan pada analisis grafik *reactor power*, *thermal power*, dan *turbine power*. Sedangkan grafik lain digunakan sebagai parameter pendukung. Data nilai parameter yang sudah diperoleh ditabulasi menggunakan *Microsoft Excel* yang selanjutnya disajikan dalam bentuk grafik khusus pada parameter daya generator vs *t*.



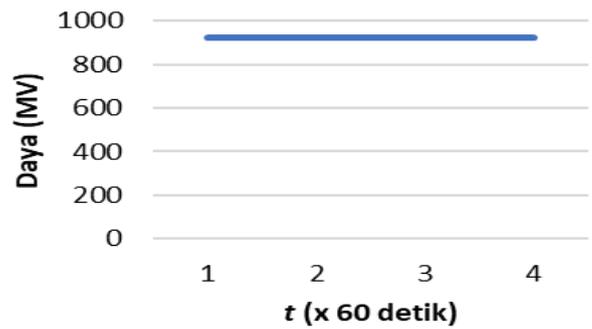
Gambar 2. Tampilan reaktor simulator CANDU

Hasil dan Pembahasan

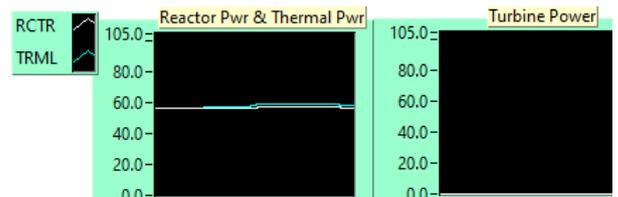
Data yang dihasilkan pada kondisi normal menunjukkan nilai yang cukup konstan dan cenderung stabil (Tabel 1). Perubahan nilai hanya terlihat hingga satu poin. Nilai daya yang dihasilkan stabil selama empat menit pengamatan yaitu 924,04 MW (Gambar 4). Pengaruh besar daya yang dihasilkan diakibatkan *turbin power* yang secara langsung memiliki kontak terhadap generator sebagai penghasil daya. Perubahan nilai *reactor power* dan *thermal power* sebesar 0,01 tidak mempengaruhi nilai daya yang dihasilkan. Grafik yang dihasilkan pada tiga parameter yaitu *reactor power*, *thermal power* dan *turbine power* menunjukkan hasil cukup konstan (Gambar 3).



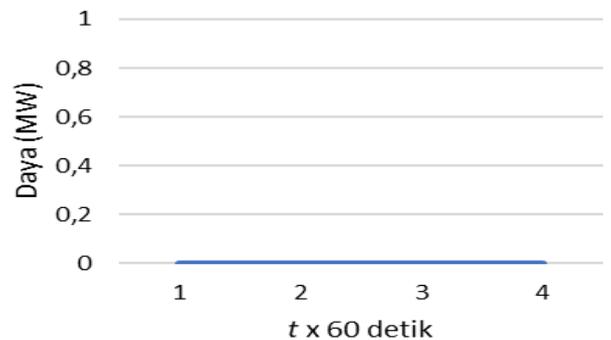
Gambar 3. Reactor power, thermal power dan turbine power pada kondisi normal



Gambar 4. Daya vs t kondisi normal



Gambar 5. Reactor power, thermal power dan turbine power pada kondisi turbine spurious trip

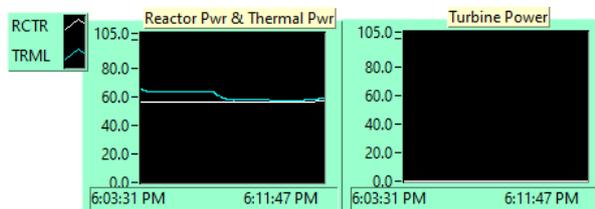


Gambar 6. Daya vs t kondisi turbine spurious trip

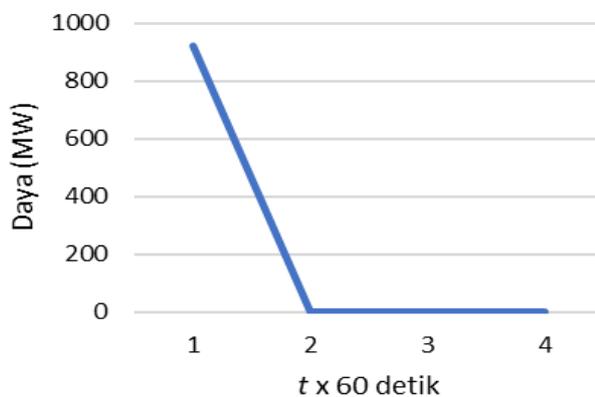
Hasil data pada kondisi malfungsi *turbine spurious trip* menunjukkan perubahan yang signifikan. Terjadi fluktuasi dan penurunan nilai parameter walaupun terdapat beberapa nilai yang tetap namun berbeda jauh dengan kondisi normal. *Main stm header pressure* mengalami peningkatan kurang lebih 53 kPa apabila dibanding pada kondisi normal (Gambar 5). *Neutron power* yang dihasilkan menjadi kurang lebih setengahnya dari kondisi normal (Tabel 2). Terdapat juga penurunan tekanan dan suhu pada ROH dan RIH serta *pressurizer level* dan *pressure*.

Diperoleh daya sebesar 0 MW untuk seluruh variasi waktu yang digunakan (Gambar 6). Nilai tersebut diakibatkan dari nilai 0 pada *turbine power* sebagai gaya penggerak generator. Indikator warna hijau pada *main steam stop valve* menunjukkan jalur yang dilalui uap bertekanan ditutup sebagai respon terhadap adanya malfungsi sehingga uap bertekanan tidak dapat memutar turbin sebagai gaya penggerak generator untuk menghasilkan daya.

Nilai *reactor power* dan *thermal power* yang dihasilkan menurun apabila dibanding keadaan normal menjadi 56,81 hingga 63,78 % dengan hasil yang fluktuatif. Kondisi ini lebih didominasi nilai fluktuatif dengan beberapa peningkatan, penurunan dan nilai yang tetap.



Gambar 7. Reactor power, thermal power dan turbine power pada kondisi FW LCV101 fails open

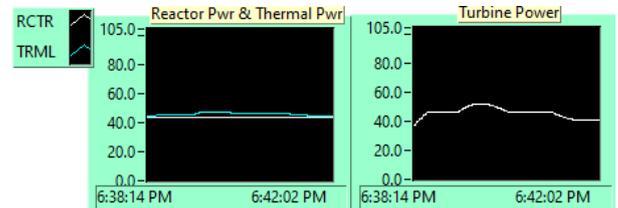


Gambar 8. Daya vs t kondisi FW LCV101 fails open

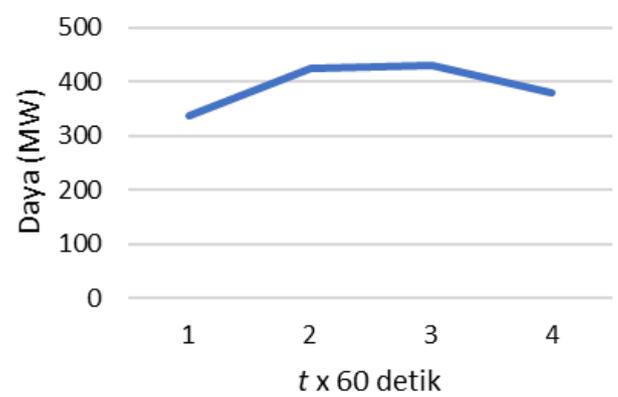
Pada kondisi malfungsi FW LCV101 fails open diperoleh nilai *main stm header pressure* yang lebih tinggi daripada kondisi normal dengan perbedaan hingga 61 kPa (Tabel 3). Nilai *neutron power* mengalami penurunan menjadi kurang lebih setengahnya pada menit kedua hingga keempat. Walaupun memiliki hasil yang fluktuatif, namun tekanan dan suhu ROH mengalami penurunan dibanding kondisi menit pertama. Tekanan dan suhu RIH mengalami penurunan apabila dibandingkan pada menit pertama. Apabila dibandingkan dengan kondisi normal, menit kedua hingga keempat memiliki perbedaan yang jauh.

Didapati adanya penurunan daya secara drastis pada menit pertama hingga menit kedua dengan nilai akhir 0 MW (Gambar 8). Hal ini diakibatkan penurunan pada *turbin power* yang awalnya 100 % menjadi 0 %. Terlihat pada menit kedua, indikator pada *main steam stop valve* berubah menjadi warna hijau yang menunjukkan tertutupnya aliran uap bertekanan sebagai tenaga penggerak turbin. Pada Gambar 7 terlihat nilai *reactor power* dan *thermal power* berbeda jauh daripada kondisi normal.

Nilai *thermal power* mengalami penurunan lagi setelahnya hingga berimpitan pada grafik *reactor power*. Data parameter pada kondisi ini didominasi oleh nilai fluktuatif dengan beberapa penurunan nilai.



Gambar 9. Reactor power, thermal power dan turbine power pada kondisi one bank of absorber rod drops



Gambar 10. Daya vs t kondisi one bank of absorber rod drops

Kondisi malfungsi terakhir yaitu *one bank of absorber rod drops*. Apabila dibandingkan pada kondisi awal yaitu menit pertama, maka nilai *main stm header pressure* cenderung mengalami peningkatan. Dihasilkan *neutron power* yang bernilai paling rendah daripada kondisi lainnya yakni berkisar 43,1 – 44,15% namun mengalami peningkatan hingga menit keempat (Tabel 4). Tekanan serta suhu ROH dan RIH mengalami perbedaan nilai yaitu lebih kecil dibanding dengan keadaan normal namun secara umum mengalami peningkatan seiring berjalannya waktu.

Perbedaan cukup jauh terjadi pada *pressurizer level* dan *pressure* dibanding dengan keadaan normal dengan nilai yang secara umum meningkat hingga menit keempat. Kondisi ini didominasi nilai yang fluktuatif dengan beberapa peningkatan nilai. Berdasarkan Gambar 9 diketahui nilai *reactor power* dan *thermal power* berada lebih rendah daripada kondisi malfungsi lainnya atau bahkan jauh lebih rendah dibandingkan dengan kondisi normal. Diperoleh nilai *thermal power* yang fluktuatif begitu pula dengan *turbine power*.

Tabel 1. Nilai parameter kondisi normal

No	Parameter	Satuan	Hasil				Keterangan
			1 menit	2 menit	3 menit	4 menit	
1	Reactor Neutron Power	%	100,06	100,05	100,06	100,06	normal
2	Reactor Thermal Power	%	100,13	100,13	100,14	100,14	normal
3	Turbine Power	%	100	100	100	100	normal
4	Main Stm Header Pressure	kPa	4702,13	4702,11	4702,03	4701,03	normal
5	Neutron Power Rate	%/s	0	0	0	0	normal
6	Neutron Power	%	100,6	100,05	100,06	100,06	normal
7	Average Zone Level	%	50,79	51,04	51,28	51,51	normal
8	Reactor Outlet Header (P)	kPa	9999	10000	10000	10000	normal
9	Reactor Outlet Header (T)	°C	310,29	310,28	310,28	310,28	normal
10	Reactor Inlet Header (P)	kPa	11377	11377	11377	11377	normal
11	Reactor Inlet Header (T)	°C	266,30	266,26	266,24	266,21	normal
12	Pressurizer Level	m	8,05	8,06	8,06	8,06	normal
13	Pressurizer Pressure	kPa	10000	10000	10000	10000	normal
14	Boiler 1	m	14,3	14,3	14,3	14,31	normal
15	Boiler 2	m	14,3	14,3	14,31	14,31	normal
16	Boiler 3	m	14,31	14,3	14,3	14,31	normal
17	Boiler 4	m	14,31	14,31	14,3	14,31	normal
18	Main Steam Stop Valve	Status	merah	merah	merah	merah	normal
19	Generator	MW	924,04	924,04	924,04	924,04	normal

Tabel 2. Nilai parameter kondisi *turbine spurious trip*

No	Parameter	Satuan	Hasil				Keterangan
			1 menit	2 menit	3 menit	4 menit	
1	Reactor Neutron Power	%	56,81	56,76	57,13	56,92	fluktuatif
2	Reactor Thermal Power	%	63,78	57,05	59,36	58,13	fluktuatif
3	Turbine Power	%	0	0	0	0	tetap
4	Main Stm Header Pressure	kPa	4755,44	4743,44	4749,09	4740,8	fluktuatif
5	Neutron Power Rate	%/s	0,01	-0,01	-0,01	-0,01	menurun
6	Neutron Power	%	56,81	56,76	57,13	56,92	fluktuatif
7	Average Zone Level	%	45,56	44,96	46,36	51,18	fluktuatif
8	Reactor Outlet Header (P)	kPa	9863	9889	9895	9905	fluktuatif
9	Reactor Outlet Header (T)	°C	288,72	288,05	287,6	286,57	menurun
10	Reactor Inlet Header (P)	kPa	11246	11270	11277	11286	meningkat
11	Reactor Inlet Header (T)	°C	256,53	257,87	256,79	256,13	fluktuatif
12	Pressurizer Level	m	6,93	6,87	6,88	6,86	fluktuatif
13	Pressurizer Pressure	kPa	9883	9886	9897	9905	meningkat
14	Boiler 1	m	13,94	14	13,85	13,75	fluktuatif
15	Boiler 2	m	13,97	14	13,85	13,75	fluktuatif
16	Boiler 3	m	14,00	14	13,83	13,75	menurun
17	Boiler 4	m	13,95	13,99	13,83	13,76	fluktuatif
18	Main Steam Stop Valve	Status	hijau	hijau	hijau	hijau	tetap
19	Generator	MW	0	0	0	0	tetap

Tabel 3. Nilai parameter kondisi *FW LCV101 fails open*

No	Parameter	Satuan	Hasil				Keterangan
			1 menit	2 menit	3 menit	4 menit	
1	Reactor Neutron Power	%	100,07	56,84	56,8	57,17	fluktuatif
2	Reactor Thermal Power	%	100,37	63,89	57,98	58,93	fluktuatif
3	Turbine Power	%	100	0	0	0	menurun
4	Main Stm Header Pressure	kPa	4701,04	4763,19	4729,46	4729,53	fluktuatif
5	Neutron Power Rate	%/s	0	0,01	-0,01	0	fluktuatif
6	Neutron Power	%	100,07	56,84	56,8	57,17	fluktuatif
7	Average Zone Level	%	50,56	45,79	45,21	46,34	fluktuatif
8	Reactor Outlet Header (P)	kPa	9987	9869	9882	9894	fluktuatif
9	Reactor Outlet Header (T)	°C	310,18	288,05	283,97	284,02	fluktuatif
10	Reactor Inlet Header (P)	kPa	11365	11251	11264	11276	fluktuatif
11	Reactor Inlet Header (T)	°C	264,41	255,79	253,54	253,33	menurun
12	Pressurizer Level	m	7,95	6,97	6,84	6,87	fluktuatif
13	Pressurizer Pressure	kPa	9989	9888	9882	9895	fluktuatif
14	Boiler 1	m	14,75	14,56	15,62	15,62	fluktuatif
15	Boiler 2	m	14,28	13,94	13,94	13,8	menurun
16	Boiler 3	m	14,29	13,97	13,99	13,73	fluktuatif
17	Boiler 4	m	14,28	13,91	13,93	13,8	fluktuatif
18	Main Steam Stop Valve	Status	merah	hijau	hijau	hijau	berubah
19	Generator	MW	924,01	0	0	0	menurun

Tabel 4. Nilai parameter kondisi *one bank of absorber rod drops*

No	Parameter	Satuan	Hasil				Keterangan
			1 menit	2 menit	3 menit	4 menit	
1	Reactor Neutron Power	%	43,1	43,54	43,61	44,15	meningkat
2	Reactor Thermal Power	%	43,2	45,59	46,33	45,19	fluktuatif
3	Turbine Power	%	36,43	46,12	46,76	41,19	fluktuatif
4	Main Stm Header Pressure	kPa	4569,22	4751,63	4679,63	4704,19	fluktuatif
5	Neutron Power Rate	%/s	0,26	-0,07	0,02	0,12	fluktuatif
6	Neutron Power	%	43,1	43,54	43,61	44,15	meningkat
7	Average Zone Level	%	7,71	15,45	15,04	15	fluktuatif
8	Reactor Outlet Header (P)	kPa	9851	9889	9882	9896	fluktuatif
9	Reactor Outlet Header (T)	°C	276,45	286,01	281,51	281,98	fluktuatif
10	Reactor Inlet Header (P)	kPa	11234	11269	11264	11278	fluktuatif
11	Reactor Inlet Header (T)	°C	253,32	262,2	257,42	258,22	fluktuatif
12	Pressurizer Level	m	6,63	6,87	6,74	6,76	fluktuatif
13	Pressurizer Pressure	kPa	9852	9888	9885	9896	fluktuatif
14	Boiler 1	m	13,77	13,92	13,66	13,62	fluktuatif
15	Boiler 2	m	13,85	13,92	13,65	13,63	fluktuatif
16	Boiler 3	m	13,82	13,88	13,66	13,63	fluktuatif
17	Boiler 4	m	13,83	13,93	13,65	13,63	fluktuatif
18	Main Steam Stop Valve	Status	merah	merah	merah	merah	tetap
19	Generator	MW	336,61	426,12	432,06	380,58	fluktuatif

Indikator warna *main steam stop valve* menunjukkan warna merah yang berarti kondisi terbuka, sehingga aliran uap bertekanan mengalir untuk memutar turbin dan generator. Jadi, terdapat daya yang dihasilkan walaupun jauh lebih kecil dibanding dengan kondisi normal. Daya terbesar yang dihasilkan pada pengamatan selama empat menit yaitu sebesar 432,06 MW (Gambar 10).

Kesimpulan

Berdasarkan penelitian ini dapat disimpulkan kondisi normal menunjukkan nilai parameter yang stabil dengan menghasilkan daya tetap sebesar 924,04 MW. Kondisi malfungsi *turbine spurious trip* menunjukkan nilai parameter fluktuatif, meningkat, tetap, dan menurun dengan nilai daya 0 MW. Kondisi malfungsi *FW LCV101 fails open* menunjukkan nilai parameter yang dominan fluktuatif dengan penurunan nilai. Diperoleh nilai daya 924,01 MW dan menurun menjadi 0 MW pada menit kedua hingga keempat. Kondisi malfungsi *one bank of absorber rod drops* menunjukkan nilai parameter yang dominan fluktuatif dengan terjadi peningkatan nilai. Diperoleh nilai daya terbesar pada pengamatan selama empat menit yaitu 432,06 MW.

Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terimakasih kepada *International Atomic Energy Agency* (IAEA) yang telah menyediakan *simulator* reaktor sebagai sarana pengambilan data dan analisis pada penelitian ini.

Daftar Pustaka

- [1] Song, J. H., Shen, W., Griffiths, M., Rhee, B. W., Song, Y., & Naitoh, M. (2016). Advanced phwr safety technology: phwr challenging issues for safe operation and long-term sustainability. *Science and Technology of Nuclear Installations*, 1(1), 134-140.
- [2] Kumar, V., Kalyane, V. L., Prakasan, E. R., Kumar, A., Sagar, A., & Mohan, L. (2004). *Trend of R&D publications in Pressurised Heavy Water Reactors: A study using INIS and other databases*. IAEA-CN-123/03/O/05.
- [3] Kim, H. T., Chang, S. M., Shin, J. H., & Kim, Y. G. (2016). The feasibility of multidimensional CFD applied to calandria system in the moderator of CANDU-6 PHWR using commercial and open-source codes. *Science and Technology of Nuclear Installations*, 1(1), 150-158.
- [4] Schwanke, P., & Nichita, E. (2021). Time-depnt homogenization for pressurized heavy-water reactors. *EPJ Web Conferences*, 247(1), 1-8.
- [5] Kerlin, T. W., & Upadhyaya, B. R. (2019). *Dynamics and control of nuclear reactors*. Academic press.
- [6] Nichita, E., & Mohapatra, S. (2016). Application of SPH factors to PHWR lattice homogenization. *Transactions of the American Nuclear Society*, 114(1), 189-195.

- [7] Lister, D., & Uchida, S. (2015). Determining water chemistry conditions in nuclear reactor coolants. *Journal of Nuclear Science and Technology*, 52(4), 451-466.
- [8] Erlandson, A., Anghel, V. N. P., Godin, D., Jewett, C., & Thompson, M. (2021). An analysis of pressurized heavy water reactor fuel for nuclear safeguards applications using muon scattering tomography. *Journal of Instrumentation*, 16(2), 2-24.
- [9] Pranetha, S. (2011). Dynamic analysis of pressurized heavy water reactors. *International Journal of Earth Sciences and Engineering*, 4(6), 656-658.
- [10] Ahied, M. (2015). Efisiensi material pada pembangkit listrik tenaga nuklir LWR (Light Water Reactor) dan PHWR (Pressurized Heavy Water Reactor). *Jurnal Pena Sains*, 2(1), 1-6.
- [11] Susilo, J., Sembiring, T. M., & Dewayatna, W. (2017). Irradiation characteristic of natural Uo2 pin PHWR target at PRTF of RSG–Gas Core. *Jurnal Teknologi Reaktor Nuklir Tri Dasa Mega*, 19(2), 71-82.

ANALISIS KORELASI INDEKS MASSA TUBUH (IMT) DALAM KELUARGA REMAJA PUTRI YANG MENGALAMI OBESITAS DI YOGYAKARTA

CORRELATION ANALYSIS OF BODY MASS INDEX (BMI) IN FAMILIES OF OBESE YOUNG WOMEN IN YOGYAKARTA

Paramita Cahyaningrum Kuswandi*, Tutiek Rahayu

Jurusan Pendidikan Biologi, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta 55281, Indonesia

*email korespondensi: paramita@uny.ac.id

Abstrak

Obesitas merupakan salah satu masalah kesehatan bagi masyarakat di dunia. WHO memperkirakan terdapat 2,8 juta orang yang meninggal akibat obesitas. Prevalensi obesitas pada orang dewasa dengan usia >18 tahun di Indonesia, terutama di DIY mengalami peningkatan dari tahun 2007-2018. Salah satu faktor yang dapat menyebabkan obesitas yaitu faktor genetik. Peran faktor genetik dalam pewarisan obesitas akan tampak pada pola pewarisan IMT di dalam keluarga dan dapat dilihat secara kuantitatif dengan adanya korelasi antara IMT anggota keluarga. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui korelasi antara IMT ayah, ibu, kakek, dan nenek dengan IMT remaja putri yang mengalami obesitas di Yogyakarta. Penelitian ini merupakan penelitian observasional dengan desain *cross sectional*. Teknik sampling yang digunakan yaitu *purposive sampling*. Responden pada penelitian ini adalah 36 remaja putri usia 15-24 tahun dengan IMT ≥ 25 di Yogyakarta. Variabel independen penelitian adalah IMT ayah, ibu, kakek, dan nenek. Variabel dependen penelitian adalah IMT remaja putri. Data IMT dianalisis menggunakan SPSS versi 15. Uji yang digunakan yaitu uji normalitas Shapiro-Wilk, uji korelasi Spearman, dan uji korelasi berganda. Hasil penelitian menunjukkan bahwa tidak terdapat hubungan yang signifikan ($p > 0,05$) antara IMT keluarga (ayah, ibu, kakek, dan nenek) dengan IMT remaja putri yang mengalami obesitas di Yogyakarta.

Kata kunci: obesitas, IMT, remaja putri, keluarga, korelasi

Abstract

Obesity is a public health problem in the world. WHO estimates that 2.8 million people die from obesity. The prevalence of obesity in adults aged >18 years in Indonesia, especially in Yogyakarta has increased from 2007-2018. One of the factors that can cause obesity is genetic factors. The role of genetic factors in the inheritance of obesity will be seen in the pattern of inheritance of BMI in the family and can be seen quantitatively by the correlation between BMI of family members. This study aims to determine the correlation between BMI of father, mother, grandfather, and grandmother with BMI of obese adolescent girls in Yogyakarta. This research is an observational study with a cross sectional design. The sampling technique used is purposive sampling. Respondents in this study were 36 young women aged 15-24 years with BMI 25 in Yogyakarta. The independent variables of the study were BMI of father, mother, grandfather, and grandmother. The dependent variable of the study was BMI of adolescent girls. BMI data were analyzed using SPSS version 15. The tests used were Shapiro-Wilk normality test, Spearman correlation test, and multiple correlation test. The results showed that there was no significant relationship ($p > 0.05$) between family BMI (father, mother, grandfather, and grandmother) and BMI of obese adolescent girls in Yogyakarta.

Keywords: obesity, BMI, adolescent girls, family, correlation

Pendahuluan

Berdasarkan data Riset Kesehatan Dasar (Riskesdas) 2018, prevalensi obesitas di Indonesia pada penduduk usia >18 tahun terus mengalami peningkatan dari tahun 2007-2018. Pada tahun 2007 prevalensi obesitas nasional tersebut sebesar 10,5%, tahun 2013 sebesar 14,8%, dan tahun 2018 sebesar 21,8% [1]. Pada tahun 2007, prevalensi obesitas DIY sebesar 8,3%, tahun 2013 sebesar 15,8%, dan tahun 2018 sebesar 21,4%. Dari hasil Riskesdas tahun 2018, prevalensi obesitas pada penduduk perempuan umur >18 tahun sebesar

29,3% (90.519 orang) lebih tinggi dibandingkan dengan laki-laki sebesar 14,5% (3.487 orang) [2].

Obesitas merupakan timbunan triasil gliserol yang berlebih di jaringan lemak akibat asupan energi yang berlebih dibandingkan dengan penggunaannya [3]. Obesitas memiliki kontribusi yang sangat signifikan terhadap beberapa jenis penyakit, seperti tekanan darah tinggi, penyakit kardiovaskuler, dan diabetes tipe 2. WHO memperkirakan bahwa setiap tahun terdapat 2,8 juta orang yang meninggal akibat kelebihan berat badan dan obesitas [4].

Obesitas merupakan konsekuensi dari ketidakseimbangan energi yang diperoleh yaitu lewat makanan dengan penggunaan energi tersebut. Keseimbangan energi di dalam tubuh dipengaruhi beberapa faktor seperti gen, aktivitas, dan diet. Faktor genetik dan interaksi antara genetik dengan lingkungan juga mempunyai peran yang penting dalam terjadinya obesitas [5]. Peran faktor genetik dalam terjadinya obesitas sudah diketahui melalui berbagai studi termasuk studi mengenai individu-individu kembar, analisis dan suatu keluarga serta individu-individu yang diadopsi. Pengaruh genetik terhadap sifat obesitas dapat mencapai 50% bahkan 90% varians IMT dalam suatu populasi [6]. Obesitas dapat diturunkan dari satu generasi ke generasi berikutnya dalam satu keluarga. Seorang anak memiliki 40% risiko obesitas, apabila salah satu orang tuanya mengalami obesitas. Bila kedua orang tuanya mengalami obesitas, maka anak tersebut memiliki 80% risiko terkena obesitas [7].

Berat badan pada masa remaja merupakan prediktor yang sangat baik untuk mengetahui kemungkinan seseorang dapat terkena obesitas atau penyakit merugikan lainnya. Indeks masa tubuh (IMT) merupakan metode yang dianjurkan dan banyak digunakan untuk mengetahui tingkat obesitas. IMT diperoleh dengan membagi berat badan dengan kuadrat tinggi badan (kg/m^2) [4]. Kategori obesitas pada populasi Asia sedikit lebih rendah daripada populasi Eropa karena orang Asia memiliki risiko mengidap diabetes tipe 2 pada nilai IMT yang lebih rendah daripada orang Eropa. Nilai yang digunakan sebagai batas kategori obesitas dapat dibuat hanya 22-25 kg/m^2 , tetapi untuk risiko tinggi adalah IMT 26-31 kg/m^2 [8]. Dalam penelitian ini digunakan batas nilai 25 kg/m^2 sebagai kategori obesitas karena merupakan nilai tengah dalam batas kategori obesitas Asia.

Hasil penelitian mengenai remaja di Sekolah Menengah Atas Negeri (SMAN) Kota Yogyakarta yang memiliki ayah dan ibu obesitas ditemukan berisiko lebih besar menjadi obesitas dibandingkan dengan remaja yang memiliki ayah dan ibu tidak obesitas [9]. Selain itu, ditemukan bahwa terdapat hubungan antara parental fatness dengan kejadian obesitas pada siswa di SMA Negeri 4 Kendari. Dalam penelitian tersebut didapatkan proporsi orang tua dengan kondisi obesitas (parental fatness) yang memiliki anak obesitas sebesar 54,5% dan yang memiliki anak tidak obesitas sebesar 45,5% [10].

Adanya pengaruh genetik maupun kebiasaan atau lingkungan di dalam keluarga, dapat menjadi faktor penentu obesitas pada individu, khususnya

anak atau remaja dalam suatu keluarga. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis ada tidaknya korelasi antara IMT anggota keluarga dengan IMT remaja putri di Yogyakarta. Anggota keluarga yang dimaksud adalah yang memiliki garis pewarisan vertikal yaitu orang tua dan kakek-nenek dari kedua orangtua.

Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dan kuantitatif dan merupakan penelitian observasional. Desain penelitian yang digunakan adalah desain *cross sectional*. Desain studi *cross sectional* adalah desain penelitian yang dilakukan pada tempat dan waktu tertentu yang relatif pendek, cara pengambilan data variabel dependen dan independen dilakukan secara bersamaan [11]. Populasi penelitian ini adalah remaja putri yang mengalami obesitas di Yogyakarta. Responden pada penelitian ini sebanyak 36 orang. Responden merupakan remaja putri dengan usia 15-24 tahun yang memiliki $\text{IMT} \geq 25$ di Yogyakarta. Responden juga harus berbadan sehat, telah mengalami menstruasi, tidak sedang melakukan program diet, dan berdomisili di Yogyakarta.

Teknik sampling pada penelitian ini menggunakan teknik *purposive sampling*. Dengan kriteria yaitu responden harus tidak dalam kondisi puasa, tidak sedang melakukan diet, telah mengalami menstruasi, dan bersedia dijadikan responden. Penelitian ini terdiri dari tiga tahap, yaitu tahap persiapan, pelaksanaan, dan analisis hasil. Pada tahap persiapan terdiri dari survei responden dan populasi, serta penyusunan angket untuk memperoleh data antropometri responden dan keluarganya. Tahap pelaksanaan terdiri dari pengukuran berat dan tinggi serta perhitungan IMT badan pada responden dan keluarganya yang dilakukan secara mandiri.

Tahap analisis hasil terdiri dari analisis data secara statistik deskriptif dan uji korelasi IMT responden dengan IMT keluarga menggunakan aplikasi SPSS, serta pembuatan diagram silsilah keluarga untuk mengetahui pola pewarisan obesitas. Pengambilan data dilakukan secara daring menggunakan instrumen berupa angket yang digunakan untuk mengumpulkan data berat badan dan tinggi badan responden beserta keluarganya. Data identitas responden (nama, umur, jenis kelamin, tingkat pendidikan, alamat, dan nomor telepon), data antropometri responden, dan data antropometri keluarga responden diperoleh dengan mewawancarai serta mengirimkan kuesioner secara online.

Teknik analisis data yang dilakukan berupa analisis univariat, uji normalitas, analisis bivariat, dan analisis multivariat menggunakan SPSS versi 15. Analisis univariat dilakukan dengan uji Statistik Deskriptif. Uji normalitas yang digunakan yaitu uji Shapiro-Wilk. Analisis bivariat dilakukan dengan uji korelasi nonparametrik Spearman. Analisis multivariat dilakukan dengan uji korelasi berganda.

Hasil dan Pembahasan

Riwayat Obesitas dalam Keluarga Responden

Dilihat dari data riwayat obesitas dalam keluarga, terdapat tiga pengelompokan yaitu responden dengan satu, dua, atau tiga generasi dimana terdapat anggota keluarga yang mengalami obesitas. Dari data yang diperoleh, diketahui bahwa 5,56 % responden tidak memiliki riwayat obesitas di keluarganya, 44,44% responden yang memiliki riwayat obesitas dalam dua generasi di keluarganya dan 50% responden yang memiliki riwayat obesitas pada tiga generasi dalam keluarganya (Tabel 1).

Riwayat obesitas dalam suatu keluarga dapat disebabkan oleh faktor genetik maupun lingkungan. Faktor genetik juga dapat dibagi tergantung gen yang berperan berupa gen monogenik, poligenik atau adanya mekanisme epigenetik dalam jalur biosintesis produk yang dapat mendorong terjadinya obesitas pada individu [5,12]. Faktor lingkungan ikut mendukung terjadinya kondisi obesitas terutama dengan mekanisme epigenetik yang dapat mengubah regulasi ekspresi gen. Dalam suatu keluarga tentu gen menjadi faktor utama dalam pewarisan suatu sifat termasuk obesitas terutama jika gen yang berperan adalah gen dengan sifat dominansi. Akan tetapi kebiasaan keluarga dalam beraktifitas sehari-hari, berolahraga dan jenis serta jumlah makanan yang dikonsumsi juga berperan sebagai faktor lingkungan yang dapat menjadi penentu riwayat obesitas dalam keluarga.

Uji Homogenitas dan Kategori Obesitas

Untuk melihat ada tidaknya hubungan antara IMT responden dengan IMT keluarga, dilakukan uji statistik berupa uji korelasi. Sebelum dilakukan uji korelasi, dilakukan uji normalitas untuk melihat distribusi data IMT. Hasil analisis ini menentukan jenis analisis selanjutnya yang digunakan dalam melihat korelasi data IMT responden dengan data orangtua dan kakek nenek.

Tabel 1. Persentase responden dengan riwayat obesitas dalam keluarganya

Adanya Riwayat Obesitas	Jumlah	
	N	%
Tidak Ada	2	5,56
Dua Generasi	16	44,44
Tiga Generasi	18	50
Total	36	100

Hasil uji normalitas menunjukkan bahwa tidak semua data terdistribusi secara normal (Tabel 2). IMT ayah dan IMT kakek dari ayah menunjukkan nilai yang signifikan ($p > 0,05$) dan IMT anggota keluarga lain tidak signifikan ($p < 0,05$). Karena uji normalitas menunjukkan sebaran data yang tidak mengikuti distribusi normal maka tidak dilanjutkan dengan uji homogenitas dan analisis dilanjutkan dengan uji non-parametrik. Data menunjukkan bahwa distribusi tidak normal meskipun jumlah responden sudah lebih dari 30 dan dapat dianggap sebagai jumlah sampel yang besar [13]. Hasil uji normalitas menunjukkan bahwa data tidak berdistribusi normal karena sesuai dengan tujuan penelitian ini adalah hanya melihat data dari remaja putri yang mengalami obesitas dalam kisaran IMT tertentu ($\geq 25 \text{ kg/m}^2$).

Dengan hasil yang menunjukkan distribusi yang tidak normal pada data penelitian ini, maka data dapat dianalisis lebih lanjut dengan analisis non-parametrik. Analisis non-parametrik dilakukan untuk data yang bersifat ordinal, sehingga dilakukan kategorisasi data IMT responden dan keluarga (Tabel 3). Dari data yang diperoleh, responden penelitian yang memiliki IMT dalam kategori obesitas tingkat I sebesar 72,22%. Responden penelitian yang memiliki IMT dalam kategori obesitas tingkat II sebesar 27,78%. Obesitas tingkat I adalah individu dengan kisaran IMT 25-29,9 kg/m^2 . Kategori ini berdasar data kategori untuk populasi Asia yang menggunakan kisaran IMT lebih rendah daripada populasi Eropa atau yang lain karena mempertimbangkan rerata tinggi tubuh yang lebih rendah pada populasi Asia [8].

Tabel 2. Uji normalitas variabel penelitian

Data IMT	Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.
IMT Responden	0,418	8	0,000
IMT Ibu	0,794	8	0,025
IMT Ayah	0,860	8	0,120
IMT Kakek dari Ibu	0,720	8	0,004
IMT Nenek dari Ibu	0,800	8	0,037
IMT Kakek dari Ayah	0,860	8	0,120
IMT Nenek dari Ayah	0,808	8	0,035

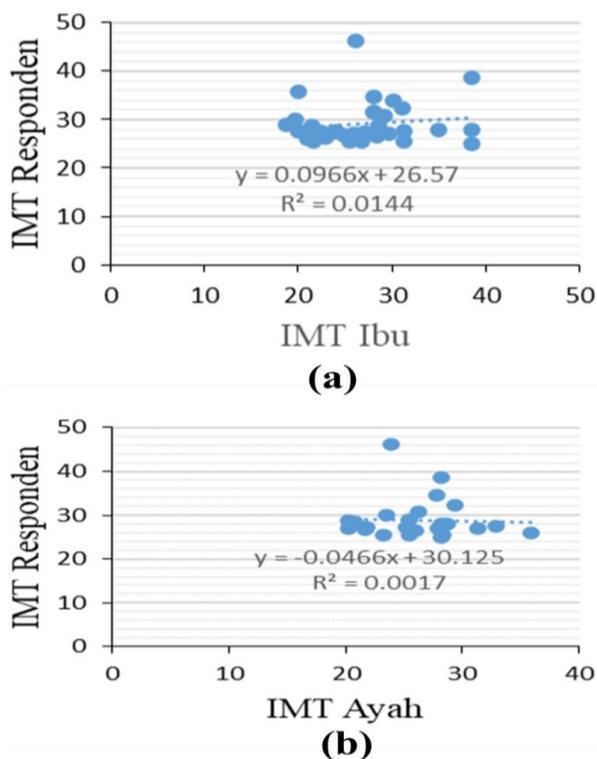
Uji Korelasi Spearman

Distribusi data yang tidak normal dianalisis menggunakan uji korelasi Spearman untuk melihat korelasi antara data IMT responden dan keluarga. Hasil uji korelasi Spearman (Tabel 4) menunjukkan nilai koefisien korelasi antara IMT responden dengan IMT keluarga (ayah, ibu, kakek, dan nenek) menunjukkan nilai yang positif kecuali korelasi dengan IMT kakek dari pihak ayah.

Tabel 3. Distribusi dan persentase karakteristik responden berdasarkan indeks massa tubuh (IMT)

Kategori	IMT (kg/m ²)	Frekuensi	Persentase (%)
Obesitas Tingkat I	25 – 29,9	26	72,22
Obesitas Tingkat II	≥ 30	10	27,78
Jumlah		36	100

Korelasinya dalam kisaran 0,00-0,20, artinya hubungan IMT responden dengan IMT keluarganya sangat lemah. Akan tetapi, hasil analisis menggunakan uji korelasi Spearman menunjukkan nilai signifikansi antara IMT responden dengan IMT keluarga lebih dari 0,05, artinya tidak terdapat hubungan signifikan antara IMT responden dengan IMT keluarganya. Tidak adanya korelasi antara IMT responden dengan IMT orang tua juga dapat dilihat dari Gambar 1.



Gambar 1. Grafik hubungan antara IMT responden dengan (a) IMT Ibu dan (b) IMT ayah

Berdasarkan Gambar 1 diketahui nilai koefisien regresinya sebesar 0,0966. Artinya, setiap penambahan 1% nilai IMT Ibu, nilai IMT responden bertambah sebesar 0,0966. Nilai R² (koefisien determinasi) sebesar 0,0144 menunjukkan pengaruh IMT Ibu terhadap IMT responden adalah sebesar 1,44% (Gambar 1a).

Tabel 4. Uji korelasi Spearman IMT responden dengan IMT keluarga

Korelasi Nonparametrik Spearman		
Dengan IMT Responden	Koefisien Korelasi	Nilai Sig.
IMT Ibu	0,201	0,239
IMT Ayah	0,035	0,858
IMT Kakek dari Ibu	0,264	0,261
IMT Nenek dari Ibu	0,213	0,329
IMT Kakek dari Ayah	-0,160	0,584
IMT Nenek dari Ayah	0,074	0,737

Sedangkan 98,56% IMT responden dipengaruhi oleh faktor lain. Nilai R² sebesar 0,0017 menunjukkan pengaruh IMT Ayah terhadap IMT responden sebesar 0,17% (Gambar 1b) atau 99,83% IMT responden dipengaruhi oleh faktor lain. Terlihat korelasi antara nilai IMT responden dan orang tua tergolong rendah, yang sesuai dengan hasil uji Spearman yang menunjukkan korelasi antara IMT responden dan keluarga tidak signifikan. Hasil tersebut tidak sesuai dengan hasil penelitian yang menunjukkan bahwa terdapat hubungan antara parental fatness dengan kejadian obesitas pada siswa di SMA Negeri 4 Kendari [10] dan terdapat hasil yang bermakna antara kejadian obesitas dengan faktor genetik (status obesitas ibu dan ayah) [9].

Tabel 5. Uji korelasi ganda IMT orang tua dan kakek nenek dengan IMT responden

Variabel	Koefisien Korelasi	Kontribusi/ Sumbangan	Sig F. Change
Ayah dan ibu	0,174	0,03 (3%)	0,682
Kakek nenek dari ibu	0,559	0,313 (31,3%)	0,060
Kakek nenek dari ayah	0,630	0,397 (39,7%)	0,062

Terdapat faktor-faktor lain yang dapat menyebabkan tidak adanya korelasi antara IMT responden dengan IMT orang tua dan kakek-nenek yaitu tidak lengkapnya data IMT yang dimiliki oleh anggota keluarga lain (ada anggota keluarga yang sudah meninggal), jumlah responden yang kurang, dan faktor lain penyebab obesitas selain faktor genetik. Terdapat faktor lain seperti pola makan, aktivitas fisik (olahraga), pengaruh emosional, dan lingkungan yang juga diketahui dapat berpengaruh terhadap obesitas [7].

Uji Korelasi Ganda

Uji korelasi ganda digunakan untuk menguji korelasi antara dua variabel (anggota keluarga) dengan responden. Hasil uji korelasi ganda antara IMT responden dengan IMT keluarga (Tabel 5) menunjukkan nilai *Sig.F.change* lebih dari 0,05. Artinya, tidak terdapat hubungan yang signifikan. Jika dilihat dari nilai koefisien korelasinya terlihat derajat hubungan antara IMT keluarga dengan IMT responden yang bersifat sangat lemah. Hal ini terlihat pada kontribusi atau sumbangan variabel IMT Ayah dan IMT Ibu terhadap responden yang hanya 3% atau sebesar 97% ditentukan oleh variabel yang lain. Nilai ini jauh lebih kecil daripada nilai kontribusi variabel IMT kakek dan nenek dari pihak ibu sebesar 31,3% dan kontribusi IMT kakek dan nenek dari pihak ayah sebesar 39,7%. Akan tetapi semua hasil analisis tetap menunjukkan nilai yang tidak signifikan ($p > 0,05$). Adanya faktor-faktor lain yang dapat mempengaruhi nilai IMT responden memberikan kontribusi yang lebih besar dan kemungkinan mempunyai pengaruh yang signifikan daripada faktor IMT orang tua atau kakek-nenek.

Genetika memang menjadi salah satu faktor penentu dan utama jika obesitas diwariskan secara monogenik. Akan tetapi obesitas juga dipengaruhi oleh faktor lain seperti pola makan individu dan keluarga yang akan tampak sebagai pola obesitas dalam keluarga tapi tidak hanya dipengaruhi oleh gen. Individu yang mengalami kegemukan lebih responsif terhadap isyarat lapar eksternal seperti rasa, bau makanan, dan waktu makan dibandingkan dengan orang dengan berat badan normal. Orang yang obesitas akan makan saat ia merasa ingin makan, bukan saat ia merasa lapar. Akibat pola makan inilah yang menyebabkan seseorang dapat mengalami obesitas. Penelitian mengenai hubungan antara pola makan dan obesitas menunjukkan hubungan yang signifikan antara dua faktor tersebut pada mahasiswa di Universitas Tribhuwana Tungadewi Malang [14]. Konsumsi karbohidrat, protein, dan lemak yang berlebih menyebabkan penimbunan lemak dalam tubuh. Hal ini terjadi karena sisa karbohidrat, protein, dan lemak yang tidak dibutuhkan oleh tubuh akan disimpan dalam bentuk lemak.

Faktor lain yang juga diketahui berpengaruh terhadap IMT adalah aktivitas fisik harian. Jika aktivitas fisik rendah maka asupan energi yang masuk dalam tubuh hanya sedikit yang digunakan, sehingga sebagian besar energi tersebut akan disimpan dalam bentuk lemak tubuh. Semakin banyak seseorang melakukan aktivitas fisik atau

olahraga, maka semakin banyak pula kalori yang terbakar. Adanya hubungan yang signifikan antara aktivitas fisik dengan kejadian obesitas pada siswa ditemukan pada penelitian di SMA Negeri 4 Kendari. Pada penelitian tersebut sebagian besar remaja yang mengalami obesitas hanya melakukan aktivitas fisik dalam kategori rendah [10]. Meningkatnya perilaku sedentari (terlalu banyak duduk atau berbaring) juga dapat meningkatkan risiko terjadinya obesitas.

Terdapat pandangan bahwa obesitas bermula dari masalah emosional yang tidak teratasi. Kelebihan makan merupakan sebuah pengganti kepuasan lain yang tidak tercapai dalam kehidupannya. Orang gemuk mengatakan bahwa mereka akan makan lebih banyak apabila dalam kondisi cemas atau tegang [7]. Beberapa tipe stres berkontribusi pada timbulnya kejadian obesitas. Depresi memiliki asosiasi dengan penambahan berat badan sebesar 10%-20% dari seluruh kasus yang terjadi [3]. Tingkat stres berdampak secara tidak langsung terhadap terjadinya obesitas. Stres akan berdampak pada peningkatan nafsu makan dan pola tidur yang tidak teratur [15].

Kesimpulan

Tidak terdapat hubungan yang signifikan antara IMT Keluarga dengan IMT remaja putri yang mengalami obesitas di Yogyakarta. Perlu dilakukan penelitian menggunakan responden yang lebih banyak untuk mendapatkan data dengan distribusi yang lebih mewakili populasi dan perlu dilakukan analisis korelasi antara IMT responden dengan faktor lingkungan seperti konsumsi makanan dan aktivitas fisik.

Ucapan Terima Kasih

Kami berterima kasih kepada semua peserta dan keluarga atas partisipasi mereka, Rr. Athiya Mila Shabiha atas bantuannya dalam analisis statistik dan juga kepada Dra. Yuliati, M.Kes. atas saran dan partisipasinya dalam penelitian ini. Penelitian ini didanai dengan skema research group (RG) DIPA UNY 2020.

Daftar Pustaka

- [1] Kemenkes. (2018). *Hasil utama Riskesdas 2018*. Kementerian Kesehatan RI, Jakarta.
- [2] Kemenkes. (2019). *Laporan nasional Riskesdas 2018*. Kementerian Kesehatan RI 2019, Jakarta.

- [3] Hastuti, P. (2018). *Genetika obesitas*. Yogyakarta: UGM Press.
- [4] Muhammad, H. F. L. (2018). *Obesitas translasional*. Yogyakarta: UGM Press.
- [5] Radha, V., & Mohan, V. (2016). Obesity – Are we continuing to play the genetic “blame game”? *Advances in Genomics and Genetics*, 6(1), 1-23.
- [6] Indra, M. R. (2006). Dasar genetik obesitas visceral. *Jurnal Kedokteran Brawijaya*, 12(1), 10-17.
- [7] Salam, A. (2010). Faktor risiko kejadian obesitas pada remaja. *Jurnal MKMI*, 6(3), 185-190.
- [8] World Health Organization. (2004) <https://www.who.int/southeastasia/health-topics/adolescent-health>
- [9] Kurdanti, W., Suryani, I., Syamsiatun, N. H., Siwi, L. P., Adityanti, Mustikaningsih, D., Sholihah K. I. (2015). Faktor-faktor yang mempengaruhi kejadian obesitas pada remaja. *Jurnal Gizi Klinik Indonesia*, 11(1), 179-190.
- [10] Wulandari, S., Lestari, H., Fachlevy, A. F. (2016). *Faktor yang berhubungan dengan kejadian obesitas pada remaja di SMA Negeri 4 Kendari tahun 2016*. Fakultas Kesehatan Masyarakat Universitas Halu Oleo.
- [11] Sujarweni, V. W. (2012). *Statistika untuk penelitian*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- [12] Sales, V. M., Ferguson-Smith, A. C., & Patti, M. (2017). Epigenetic mechanisms of transmission of metabolic disease across generations. *Cell Metab*, 25(3), 559-571.
- [13] Ghasemi, A., & Zaheias, S. (2012). Normality tests for statistical analysis: A guide for non-statisticians. *International Journal of Endocrinol Metabolism*, 10(2), 486-489.
- [14] Evan, Wiyono, J., & Candrawati, E. (2017). Hubungan antara pola makan dengan kejadian obesitas pada mahasiswa di Universitas Tribhuwana Tungadewi Malang. *Jurnal Kesehatan*, 2(3), 708-717.
- [15] Abudu, Komaria Ode. (2020). *Analisis jalur faktor yang mempengaruhi kejadian obesitas pada remaja usia 12-18 tahun di Kota Yogyakarta*. Tesis. Semarang: Universitas Negeri Semarang.

APLIKASI DEKOMPOSISI NILAI SINGULAR MATRIKS QUATERNION TERHADAP PERBAIKAN CITRA *LOW* DAN *HIGH PASS FILTERING*

APPLICATION OF QUATERNION MATRIX SINGULAR VALUE DECOMPOSITION ON LOW AND HIGH PASS FILTERING

Regita Agustin Wahyu Fibriyanti*, Karyati

Jurusan Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta 55281, Indonesia

*email korespondensi: regittaagustinn@gmail.com

Abstrak

Dekomposisi nilai singular matriks quaternion (*Quaternion Singular Value Decomposition/SVDQ*) sangat berguna dalam pengolahan citra, seperti dalam kompresi ukuran gambar, *eigen-images*, dan perbaikan kualitas citra, khususnya perbaikan suatu citra *low pass filtering* dan *high pass filtering*. Tujuan penelitian ini adalah mengetahui bagaimana aplikasi dekomposisi nilai singular matriks quaternion pada perbaikan suatu citra *low pass filtering* dan *high pass filtering*, serta memberikan suatu aplikasi berbasis GUI MATLAB. Dasar dari dekomposisi nilai singular matriks quaternion didapatkan dengan menggunakan representasi terhadap matriks kompleks, dengan kata lain menggunakan isomorfisma matriks quaternion terhadap matriks kompleks. Hal itu bertujuan untuk mempermudah pendekomposisian matriks quaternion. Matriks quaternion tidak lepas dari nilai eigen matriks quaternion. Selanjutnya, nilai eigen matriks quaternion dapat dihitung menggunakan nilai eigen dari matriks kompleksnya. Melalui dekomposisi nilai singular matriks quaternion, diperoleh perbaikan citra *low pass filtering* dan *high pass filtering* yang hampir menyerupai citra aslinya. Untuk perbaikan citra *low pass filtering* berhenti pada $\alpha = 1,06$ dan untuk *high pass filtering* berhenti pada $\alpha = 0,97$.

Kata kunci: dekomposisi nilai singular, quaternion, matriks kompleks, low pass filtering, high pass filtering

Abstract

Quaternion singular value decomposition is beneficial in image processing, such as in image size compression, eigen-images, and image enhancement, especially low pass filtering and high pass filtering image enhancement. This research aims to know how quaternion singular value decomposition is applied in low pass filtering and high pass filtering image enhancement, as well as to give a MATLAB GUI based application. The base of quaternion singular value decomposition is obtained by using the representation to the complex matrices, or in another word, using isomorphism of quaternion matrix to complex matrices. This aims to ease the quaternion matrix decomposition. Quaternion matrix is not detached from eigen matrix quaternion value. Eigen value of quaternion matrix is counted using the eigen value of the complex matrices. Using quaternion singular value decomposition, low pass filtering or high pass filtering image enhancement is obtained which resemble the real image. Low pass filtering image enhancement stopped at $\alpha=1.06$ and high pass filtering stopped at $\alpha=0.97$.

Keywords: singular value decomposition, quaternion, complex matrix, low pass filtering, high pass filtering

Pendahuluan

Kemajuan teknologi berdampak pada peningkatan konten multimedia dari informasi digital pada setiap harinya. Terutama yang terdiri dari citra foto atau video. Citra-citra tersebut diubah dari satu bentuk ke bentuk lainnya dengan proses seperti pencitraan, pemindaian, atau transmisi, sehingga gambar yang dihasilkan mungkin lebih rendah daripada citra input asli. Untuk mengatasi masalah ini, perlu dilakukan suatu perbaikan citra. Salah satu caranya yaitu dengan meningkatkan jangkauan dinamis dari fitur yang dipilih dalam gambar, yang pada dasarnya adalah suatu proses *image enhancement* (perbaikan citra) [1]. Tujuan utama perbaikan citra

adalah memberikan detail yang tersembunyi dalam suatu gambar atau untuk meningkatkan kontras pada gambar dengan kontras rendah [2].

Citra dapat direpresentasikan sebagai sebuah matriks [3]. Perbaikan citra dapat dilakukan dengan pembobotan nilai singular suatu citra, dan langkah tepat yang berkaitan dengan nilai singular yaitu suatu dekomposisi nilai singular (*Singular Value Decomposition/SVD*) [4]. SVD merupakan suatu metode aljabar dalam pendekomposisian matriks menjadi tiga buah matriks U, Σ , dan V^T . Matriks diagonal Σ berisi nilai-nilai singular sebagai entri diagonalnya. Nilai-nilai singular tersebut merepresentasikan intensitas sebuah informasi dari citra input dan setiap perubahan pada nilai singular akan

mengubah intensitas informasi tersebut [5]. Metode SVD dianggap dapat mereduksi data citra cukup baik dengan tingkat kompleksitas perhitungan yang tidak rumit dan besarnya *rank* yang diambil tergantung kebutuhan aplikasi serta merupakan pemilihan antara besarnya rasio kompresi dan kualitas citra hasil reduksi [6].

Secara umum, jenis dari perbaikan citra menggunakan SVD terdapat dua macam, yaitu pembobotan nilai singular secara linear dan non linear. Pembobotan nilai singular secara linear dapat dipandang sebagai *low pass filtering*, sedangkan pembobotan nilai singular secara non linear dapat dipandang sebagai *high pass filtering*. Kedua proses tersebut bekerja pada manipulasi langsung piksel sebuah citra [7]. Quaternion, disebut juga bilangan *hypercomplex*, merupakan sebuah bilangan perluasan dari bilangan kompleks. Dalam penelitian ini digunakan *Singular Value Decomposition Quaternion* (SVDQ) untuk perbaikan suatu citra melalui pembobotan nilai singularnya.

Telah banyak penelitian sebelumnya mengenai SVDQ, pada tahun 1947, H.C. Lee memberikan penjelasan mengenai perhitungan nilai eigen dan vektor eigen matriks quaternion yang berperan penting pada perhitungan SVD quaternion nantinya [8]. Pada 1997, Zhang memberikan detail mengenai quaternion dan matriks quaternion [9]. Sangwine dan Ell menggunakan quaternion untuk *auto and cross-correlation* suatu warna citra pada tahun 1999 [10]. Pada tahun 2003, Pei memperkenalkan beberapa kegunaan SVDQ dalam berbagai proses warna citra [4]. Perbaikan citra menggunakan DWT, DCT, dan SVD telah diperkenalkan oleh Mohan dan Linda pada tahun 2014 [5]. Selanjutnya tahun 2015, Marda menggunakan isomorfisma matriks kompleks terhadap matriks quaternion untuk mencari dekomposisi nilai singular matriks quaternion [11]. Namun, dari beberapa penelitian di atas, belum ada yang memperkenalkan aplikasi GUI secara gamblang untuk perbaikan suatu citra *low pass filtering* dan *high pass filtering* menggunakan SVDQ.

Berdasarkan uraian di atas, penelitian ini akan menunjukkan algoritma perhitungan dekomposisi nilai singular matriks quaternion menggunakan representasinya pada matriks kompleks secara manual yang merupakan salah satu alat dalam perbaikan citra. Selanjutnya dibuat suatu aplikasi berbasis GUI MATLAB tentang perbaikan citra *low pass filtering* dan *high pass filtering* menggunakan SVDQ.

Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode studi literatur berupa jurnal-jurnal ilmiah yang terkait dengan topik penelitian dan buku-buku referensi. Pada tahap awal dipelajari tentang konsep vektor, matriks, dekomposisi nilai singular, bilangan quaternion, dan perbaikan citra. Selanjutnya, dipelajari representasi kompleks bilangan quaternion, vektor quaternion, dan matriks quaternion yang merupakan langkah menentukan dekomposisi nilai singular matriks quaternion. Langkah terakhir adalah menerapkan dekomposisi nilai singular yang diperoleh untuk membuat rancangan algoritma, sehingga diperoleh teknik perbaikan citra berdasarkan operasi dan sifat-sifat yang dimilikinya menggunakan GUI MATLAB.

Hasil dan Pembahasan

Pada bagian ini terlebih dahulu diberikan pembahasan mengenai representasi kompleks bilangan quaternion, matriks quaternion, dan vektor quaternion.

Representasi Kompleks

Berikut diberikan pembahasan mengenai representasi kompleks suatu quaternion menggunakan isomorfismanya.

Representasi Kompleks Bilangan Quaternion

Definisi 1 [9], misalkan \mathbb{C} dan \mathbb{R} menunjukkan lapangan (field) kompleks dan bilangan riil secara berurutan, lalu \mathbb{Q} merupakan suatu ruang vektor dimensi empat atas \mathbb{R} dengan sebuah basis berurutan, ditunjukkan dengan $\mathbf{e}, \mathbf{i}, \mathbf{j}$, dan \mathbf{k} .

$$x = x_0\mathbf{e} + x_1\mathbf{i} + x_2\mathbf{j} + x_3\mathbf{k} \in \mathbb{Q} \quad (1)$$

Suatu quaternion riil, secara sederhana disebut quaternion, adalah suatu vektor dengan koefisien riil x_0, x_1, x_2, x_3 dan $\mathbf{e}, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ memenuhi aturan perkalian tak komutatif:

$$\mathbf{i}^2 = \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = \mathbf{ijk} = -\mathbf{1}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{ij} &= -\mathbf{ji} = \mathbf{k}, \\ \mathbf{ki} &= -\mathbf{ik} = \mathbf{j}, \\ \mathbf{jk} &= -\mathbf{kj} = \mathbf{i}. \end{aligned} \quad (3)$$

Selanjutnya, sebuah quaternion $q = q_0 + q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k}$ secara unik dapat ditulis dengan bentuk

$$q = \alpha + \beta j, \tag{4}$$

dengan

$$\alpha = q_0 + q_1 i \text{ dan } \beta = q_2 + q_3 i, \alpha, \beta \in \mathbb{C} \tag{5}$$

Notasi seperti itu disebut dengan notasi Cayley-Dickson. α dapat dipandang sebagai proyeksi q pada bidang kompleks. Persamaan 4 membentuk suatu *field* komutatif \mathbb{C} secara tertutup. Menurut Lee [8], \mathbb{C} secara jelas isomorfis terhadap *field* bilangan kompleks, sehingga quaternion q pada Persamaan 4 yang terletak pada \mathbb{C} secara sederhana dapat disebut sebagai *bilangan kompleks*. Sebuah bilangan quaternion isomorfis terhadap matriks kompleks 2×2 [12].

Diberikan teorema mengenai representasi bilangan quaternion terhadap bilangan kompleks.

Teorema 1, untuk $q = q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k \in \mathbb{Q}$, dengan $q_0, q_1, q_2, q_3 \in \mathbb{R}$ dapat didefinisikan sebuah pemetaan fungsi $f: \mathbb{Q}^{m \times n} \rightarrow \mathbb{C}^{2 \times 2}$ sedemikian sehingga,

$$f(q) = \begin{bmatrix} q_0 + q_1 i & q_2 + q_3 i \\ -(q_2 - q_3 i) & q_0 - q_1 i \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{2 \times 2} \tag{6}$$

merupakan suatu isomorfisma [13].

Menggunakan persamaan 5, persamaan 6 dapat ditulis dengan bentuk,

$$f(q) = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ -(\bar{\beta}) & \bar{\alpha} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{2 \times 2}. \tag{7}$$

Persamaan di atas merupakan representasi kompleks bilangan quaternion terhadap matriks kompleks 2×2 . Isomorfisma ini dapat digunakan untuk mendekomposisikan matriks quaternion nantinya. Bukti dari isomorfisma di atas telah dipaparkan oleh Abdal et al. [13]. Berikut diberikan bukti dari teorema tersebut. Bukti,

Jika diberikan $q, p \in \mathbb{Q}$ dengan $q = q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k$ dan $p = p_0 + p_1 i + p_2 j + p_3 k$, maka dari definisi fungsi f diperoleh,

$$f(q) = \begin{bmatrix} q_0 + q_1 i & q_2 + q_3 i \\ -(q_2 - q_3 i) & q_0 - q_1 i \end{bmatrix}$$

dan

$$f(p) = \begin{bmatrix} p_0 + p_1 i & p_2 + p_3 i \\ -(p_2 - p_3 i) & p_0 - p_1 i \end{bmatrix}.$$

Untuk membuktikan bahwa pemetaan fungsi f merupakan suatu isomorfisma quaternion real terhadap matriks kompleks, maka

1) Ditunjukkan $f(p + q) = f(p) + f(q)$

$$\begin{aligned} f(p + q) &= \\ & \begin{bmatrix} (p_0 + q_0) + (p_1 i + q_1 i) & (p_2 + q_2) + (p_3 i + q_3 i) \\ -(p_2 + q_2) + (p_3 i + q_3 i) & (p_0 + q_0) - (p_1 i + q_1 i) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (p_0 + p_1 i) & (p_2 + p_3 i) \\ -(p_2 - p_3 i) & (p_0 - p_1 i) \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} (q_0 + q_1 i) & (q_2 + q_3 i) \\ -(q_2 - q_3 i) & (q_0 - q_1 i) \end{bmatrix} \\ &= f(p) + f(q). \end{aligned}$$

2) Ditunjukkan $f(pq) = f(p)f(q)$

Menggunakan definisi dot product dua quaternion didapatkan,

$$\begin{aligned} f(pq) &= f((p_0 + p_1 i + p_2 j + p_3 k)(q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k)) \\ &= f((p_0 q_0 - p_1 q_1 - p_2 q_2 - p_3 q_3) + \\ & (p_0 q_1 + p_1 q_0 + p_2 q_3 - p_3 q_2) i + \\ & (p_0 q_2 + p_2 q_0 + p_3 q_1 - p_1 q_3) j + (p_0 q_3 + p_3 q_0 + \\ & p_1 q_2 - p_2 q_1) k) \\ &= \begin{bmatrix} p_0 + p_1 i & p_2 + p_3 i \\ -(p_2 - p_3 i) & p_0 - p_1 i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 + q_1 i & q_2 + q_3 i \\ -(q_2 - q_3 i) & q_0 - q_1 i \end{bmatrix} \\ &= f(p)f(q). \end{aligned}$$

3) Ditunjukkan bahwa f merupakan fungsi satu-satu (injektif), yaitu jika $f(p) = f(q)$, maka

$$\begin{aligned} p &= q. \\ f(p) &= f(q) \\ \begin{bmatrix} p_0 + p_1 i & p_2 + p_3 i \\ -(p_2 - p_3 i) & p_0 - p_1 i \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} q_0 + q_1 i & q_2 + q_3 i \\ -(q_2 - q_3 i) & q_0 - q_1 i \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Dari kesamaan matriks $f(p) = f(q)$ di atas, diperoleh empat persamaan entri matriks yaitu :

- i. $p_0 + p_1 i = q_0 + q_1 i$
- ii. $p_2 + p_3 i = q_2 + q_3 i$
- iii. $-(p_2 - p_3 i) = -(q_2 - q_3 i)$
- iv. $p_0 - p_1 i = q_0 - q_1 i$

Selanjutnya, mencari nilai p_0, p_1, p_2, p_3 menggunakan metode eliminasi pada keempat persamaan di atas, sehingga didapatkan

$$\begin{aligned} p_0 &= q_0, p_1 = q_1, p_2 = q_2, p_3 = q_3, \text{ maka} \\ p &= p_0 + p_1 i + p_2 j + p_3 k = q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k = q \end{aligned}$$

4) Selanjutnya ditunjukkan bahwa f merupakan fungsi surjektif (onto), yaitu untuk setiap $b \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$, terdapat $p \in \mathbb{Q}$ sedemikian sehingga $f(p) = b$.

Ambil $b \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$, misalkan $b =$

$$\begin{bmatrix} w_0 + w_1 i & -(x_0 + x_1 i) \\ y_0 - y_1 i & z_0 - z_1 i \end{bmatrix}.$$

Karena $f(p) = b$ maka,

$$\begin{bmatrix} p_0 + p_1 i & p_2 + p_3 i \\ -(p_2 - p_3 i) & p_0 - p_1 i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_0 + w_1 i & (x_0 + x_1 i) \\ -(y_0 - y_1 i) & z_0 - z_1 i \end{bmatrix}.$$

Dari persamaan dua matriks di atas, diperoleh empat persamaan entri-entri matriks yaitu;

- i. $p_0 + p_1 i = w_0 + w_1 i$
- ii. $p_2 + p_3 i = x_0 + x_1 i$
- iii. $-(p_2 - p_3 i) = -(y_0 - y_1 i)$
- iv. $p_0 - p_1 i = z_0 - z_1 i$

Selanjutnya, mencari nilai p_0, p_1, p_2, p_3 menggunakan metode eliminasi pada keempat persamaan di atas, sehingga didapatkan

$$\begin{aligned} p_0 &= \frac{(w_0 + w_1 i) + (z_0 - z_1 i)}{2} \\ p_1 &= \frac{(w_0 + w_1 i) + (z_0 - z_1 i)}{2i} \\ p_2 &= \frac{(x_0 + x_1 i) + (y_0 - y_1 i)}{2} \\ p_3 &= \frac{(w_0 + w_1 i) + (y_0 - y_1 i)}{2i} \end{aligned}$$

sehingga didapatkan

$$\begin{aligned} p &= p_0 + p_1 i + p_2 j + p_3 k, \\ &= \frac{(w_0 + w_1 i) + (z_0 - z_1 i)}{2} + \frac{(w_0 + w_1 i) + (z_0 - z_1 i)}{2i} i \\ &\quad + \frac{(x_0 + x_1 i) + (y_0 - y_1 i)}{2} j + \frac{(w_0 + w_1 i) + (y_0 - y_1 i)}{2i} k \end{aligned}$$

Berdasarkan pembuktian, dapat disimpulkan f merupakan isomorfisma atau $\mathbb{Q} \cong \mathbb{C}^{2 \times 2}$, dan pembuktian tersebut dapat digunakan untuk menunjukkan adanya isomorfisma antara matriks quaternion terhadap matriks kompleks.

Representasi Kompleks Matriks Quaternion

Matriks quaternion akan direpresentasi ke dalam matriks kompleks untuk mempermudah dalam mendekomposisi matriks quaternion.

Definisi 2, misalkan $Q_{(q)}$ adalah suatu matriks quaternion $n \times n$ dan $Q_{(q)} = A_{(c)} + B_{(c)}$ dengan $A_{(c)}$ dan $B_{(c)}$ merupakan dua matriks kompleks, sehingga matriks kompleks yang ekuivalen dengan $Q_{(q)}$ yaitu,

$$Q_{e(c)} = \begin{bmatrix} A_{(c)} & B_{(c)} \\ -\bar{B}_{(c)} & \bar{A}_{(c)} \end{bmatrix}_{2n \times 2n} \quad (8)$$

Isomorfisma bilangan quaternion terhadap matriks kompleks dapat digunakan untuk mencari isomorfisma matriks quaternion terhadap matriks kompleks. Selanjutnya menurut Rodman [14] jika terdapat $Q_{(q)} \in \mathbb{Q}^{2 \times 2}$ yaitu

$$\begin{aligned} Q_{(q)} &= \\ &\begin{bmatrix} a_0 + a_1 i + a_2 j + a_3 k & b_0 + b_1 i + b_2 j + b_3 k \\ c_0 + c_1 i + c_2 j + c_3 k & d_0 + d_1 i + d_2 j + d_3 k \end{bmatrix} \\ &\in \mathbb{Q}^{2 \times 2} \end{aligned}$$

Isomorfisma matriks kompleks dapat ditulis sebagai,

$$Q_{e(c)} = \begin{bmatrix} a_0 + a_1 i & b_0 + b_1 i & a_2 + a_3 i & b_2 + b_3 i \\ c_0 + c_1 i & d_0 + d_1 i & c_2 + c_3 i & d_2 + d_3 i \\ -a_2 + a_3 i & -b_2 + b_3 i & a_0 - a_1 i & b_0 - b_1 i \\ -c_2 + c_3 i & -d_2 + d_3 i & c_0 - c_1 i & d_0 - d_1 i \end{bmatrix}$$

$$\text{dengan } A_{(c)} = \begin{bmatrix} a_0 + a_1 i & b_0 + b_1 i \\ c_0 + c_1 i & d_0 + d_1 i \end{bmatrix} \text{ dan } B_{(c)} = \begin{bmatrix} a_2 + a_3 i & b_2 + b_3 i \\ c_2 + c_3 i & d_2 + d_3 i \end{bmatrix}.$$

Selanjutnya, direpresentasikan vektor quaternion ke bentuk kompleks.

Representasi Kompleks Vektor Quaternion

Demikian halnya dengan matriks quaternion, vektor dari matriks quaternion juga dapat direpresentasikan ke dalam bentuk vektor kompleks.

Definisi 3, diberikan sebuah vektor quaternion $x \in \mathbb{Q}^n$, menggunakan notasi Cayley-Dickson, $x = x_1 + x_2 j$ dimana $x_1 \in \mathbb{C}^n$ dan $x_2 \in \mathbb{C}^n$, sebuah vektor quaternion dapat didefinisikan oleh $f: \mathbb{Q}^n \rightarrow \mathbb{C}^{2n}$, sehingga didapatkan

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_1 \\ -\bar{x}_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

dengan \bar{x}_2 adalah konjugat dari x_2 [15].

Dekomposisi Nilai Singular Matriks Quaternion

Definisi 4, jika diketahui $Q_{(q)}$ adalah suatu matriks quaternion $n \times n$ dengan rank r , maka terdapat dua matriks uniter quaternion $U_{(q)}$ dan $V_{(q)}$ sedemikian sehingga

$$U_{(q)}^* \cdot Q_{(q)} \cdot V_{(q)} = \begin{bmatrix} \Lambda_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \equiv \Lambda \quad (10)$$

dengan $\Lambda_r = \text{diag} \{ \sigma_1, \dots, \sigma_r \}$ dan σ merupakan nilai singular positif dari $Q_{(q)}$, $U_{(q)}$ dan $V_{(q)}$ secara berurutan memuat vektor singular quaternion kiri dan kanan dari Λ dan $U_{(q)}^*$ menunjukkan transpos konjugat dari $U_{(q)}$ [4].

Selanjutnya, akan diberikan teorema mengenai hubungan antara dekomposisi nilai singular matriks quaternion dan dekomposisi nilai singular dari matriks kompleks ekuivalensinya.

Teorema 2, jika diketahui dekomposisi nilai singular matriks quaternion dan dekomposisi nilai singular matriks kompleks ekuivalensi secara berturut-turut $Q_{(q)} = U_{(q)} \cdot \Lambda \cdot V_{(q)}^*$ dan $Q_{e(c)} = U_{(c)} \cdot \Lambda' \cdot V_{(c)}^*$, maka

$$\begin{aligned} (i) \quad & Q_{(q)} Q_{(q)}^* = U_{(q)} \cdot \Lambda^2 \cdot U_{(q)}^* \\ (ii) \quad & Q_{(q)}^* Q_{(q)} = V_{(q)} \cdot \Lambda^2 \cdot V_{(q)}^* \\ (iii) \quad & Q_{e(c)} Q_{e(c)}^* = U_{(c)} \cdot (\Lambda')^2 \cdot U_{(c)}^* \\ (iv) \quad & Q_{e(c)}^* Q_{e(c)} = V_{(c)} \cdot (\Lambda')^2 \cdot V_{(c)}^* \end{aligned} \quad (11)$$

Bukti :

$$\begin{aligned} (i) \quad & Q_{(q)} = U_{(q)} \Lambda V_{(q)}^*, \\ & \Leftrightarrow Q_{(q)} Q_{(q)} = U_{(q)} \Lambda V_{(q)}^* U_{(q)} \Lambda V_{(q)}^*, \\ & \Leftrightarrow Q_{(q)} Q_{(q)}^* = U_{(q)} \Lambda V_{(q)}^* (U_{(q)} \Lambda V_{(q)}^*)^*, \\ & \quad = U_{(q)} \Lambda V_{(q)}^* (V_{(q)}^*)^* \Lambda^* U_{(q)}^*, \\ & \quad = U_{(q)} \Lambda V_{(q)}^* V_{(q)} \Lambda^* U_{(q)}^*, \\ & \quad = U_{(q)} \Lambda I \Lambda^* U_{(q)}^*, \\ & \quad = U_{(q)} \Lambda^2 U_{(q)}^*. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad & Q_{(q)} = U_{(q)} \Lambda V_{(q)}^*, \\ & \Leftrightarrow Q_{(q)} Q_{(q)} = U_{(q)} \Lambda V_{(q)}^* U_{(q)} \Lambda V_{(q)}^*, \\ & \Leftrightarrow Q_{(q)}^* Q_{(q)} = (U_{(q)} \Lambda V_{(q)}^*)^* U_{(q)} \Lambda V_{(q)}^*, \\ & \quad = (V_{(q)}^*)^* \Lambda^* U_{(q)}^* U_{(q)} \Lambda V_{(q)}^*, \\ & \quad = V_{(q)} \Lambda^* U_{(q)}^* U_{(q)} \Lambda V_{(q)}^*, \\ & \quad = V_{(q)} \Lambda I \Lambda^* V_{(q)}^*, \\ & \quad = V_{(q)} \Lambda^2 V_{(q)}^*. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iii) \quad & Q_{e(c)} = U_{(c)} \Lambda' V_{(c)}^*, \\ & \Leftrightarrow Q_{e(c)} Q_{e(c)} = U_{(c)} \Lambda' V_{(c)}^* U_{(c)} \Lambda' V_{(c)}^*, \\ & \Leftrightarrow Q_{e(c)} Q_{e(c)}^* = \\ & \quad U_{(c)} \Lambda' V_{(c)}^* (U_{(c)} \Lambda' V_{(c)}^*)^*, \\ & \quad = \\ & \quad U_{(c)} \Lambda' V_{(c)}^* (V_{(c)}^*)^* (\Lambda')^* U_{(c)}^*, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = U_{(c)} \Lambda' V_{(c)}^* V_{(c)} (\Lambda')^* U_{(c)}^*, \\ & = U_{(c)} \Lambda' I (\Lambda')^* U_{(c)}^*, \\ & = U_{(c)} (\Lambda')^2 U_{(c)}^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iv) \quad & Q_{e(c)} = U_{(c)} \Lambda' V_{(c)}^*, \\ & \Leftrightarrow Q_{e(c)} Q_{e(c)} = \\ & \quad U_{(c)} \Lambda' V_{(c)}^* U_{(c)} \Lambda' V_{(c)}^*, \\ & \Leftrightarrow Q_{e(c)}^* Q_{e(c)} = \\ & \quad (U_{(c)} \Lambda' V_{(c)}^*)^* U_{(c)} \Lambda' V_{(c)}^*, \\ & \quad = \\ & \quad (V_{(c)}^*)^* (\Lambda')^* U_{(c)}^* U_{(c)} \Lambda' V_{(c)}^*, \\ & \quad = \\ & \quad V_{(c)} (\Lambda')^* U_{(c)}^* U_{(c)} \Lambda' V_{(c)}^*, \\ & \quad = V_{(c)} (\Lambda')^* I \Lambda' V_{(c)}^*, \\ & \quad = V_{(c)} (\Lambda')^2 V_{(c)}^* \end{aligned}$$

Dari pembuktian di atas, menurut Zhang [9] dapat diketahui bahwa dekomposisi nilai singular matriks quaternion merupakan perkalian matriks yang terdiri dari :

- Matriks Λ^2 merupakan matriks diagonal dengan entri nilai eigen riil dari $Q_{(q)} Q_{(q)}^*$ dan $Q_{(q)}^* Q_{(q)}$.
- Vektor kolom $U_{(q)}$ dan $V_{(q)}$ secara berurutan merupakan vektor eigen dari $Q_{(q)} Q_{(q)}^*$ dan $Q_{(q)}^* Q_{(q)}$.

Selanjutnya, karena $Q_{e(c)}$ merupakan matriks representasi kompleks dari $Q_{(q)}$ sehingga berdasarkan Teorema 2, $Q_{e(c)} Q_{e(c)}^*$ dan $Q_{e(c)}^* Q_{e(c)}$ secara berturut-turut merupakan matriks representasi kompleks dari $Q_{(q)} Q_{(q)}^*$ dan $Q_{(q)}^* Q_{(q)}$. Sehingga dapat diuraikan beberapa hubungan antara Λ' dan Λ , $U_{(c)}$ dan $U_{(q)}$, serta $V_{(c)}$ dan $V_{(q)}$ di antaranya adalah :

- Matriks Λ^2 dan $(\Lambda')^2$ secara berurutan merupakan matriks diagonal nilai eigen riil dari $Q_{(q)} Q_{(q)}^*$ dan $Q_{e(c)} Q_{e(c)}^*$, sehingga setiap elemen pada Λ^2 akan menjadi dua kali pada $(\Lambda')^2$. Oleh karena itu, dengan menghapus setengah duplikat nilai eigen pada Λ' akan menjadi Λ .
- Vektor kolom $U_{(q)}$ dan $U_{(c)}$ secara berurutan merupakan vektor eigen dari $Q_{(q)} Q_{(q)}^*$ dan $Q_{e(c)} Q_{e(c)}^*$. Dengan Teorema 3 dapat dihitung vektor kolom $U_{(q)}$ menggunakan vektor kolom $U_{(c)}$.
- Vektor kolom $V_{(q)}$ dan $V_{(c)}$ secara berurutan merupakan vektor eigen dari $Q_{(q)}^* Q_{(q)}$ dan $Q_{e(c)}^* Q_{e(c)}$. Dengan Teorema 3 dapat dihitung

vektor kolom $V_{(q)}$ menggunakan vektor kolom $V_{(c)}$.

Selanjutnya, setelah didapatkan representasi kompleks bilangan quaternion. Matriks quaternion dan vektor quaternion akan dilakukan perhitungan dekomposisi nilai singular matriks quaternion, yang merupakan tujuan dari penelitian ini.

Algoritma Perhitungan Dekomposisi Nilai Singular Matriks Quaternion

Pada perhitungan dekomposisi nilai singular matriks quaternion, digunakan representasi kompleks dari matriks quaternion untuk mempermudah perhitungan. Adapun bentuk persamaan dekomposisi nilai singular matriks representasi kompleksnya yaitu

$$Q_{e(c)} = U_{(c)} \cdot \Lambda' \cdot V_{(c)}^*, \quad (12)$$

dengan vektor kolom $U_{(c)}$ dan $V_{(c)}$ masing-masing merupakan elemen dari \mathbb{C}^{2n} dan \mathbb{C}^{2m} , serta $V_{(c)}^*$ merupakan transpos konjugat dari $V_{(c)}$. Berikut akan diberikan penjelasan lebih lanjut mengenai matriks $U_{(c)}$, Λ' , dan $V_{(c)}^*$.

Matriks $V_{(c)}^*$

Matriks $V_{(c)}$ merupakan matriks kolom pada \mathbb{C}^{2m} yang memuat vektor singular kanan dari $Q_{e(c)}$, sedemikian sehingga merupakan vektor eigen dari $Q_{e(c)}^* Q_{e(c)}$. Misalkan

$$V_{(c)} = (\vec{V}_{1(c)}, \vec{V}_{2(c)}, \vec{V}_{3(c)}, \dots, \vec{V}_{r(c)}, \vec{V}_{r+1(c)} \dots, \vec{V}_{m(c)})$$

agar membentuk himpunan ortonormal maka didefinisikan $\vec{V}_{i(c)}$ sebagai

$$\vec{V}_{i(c)} = \frac{1}{\|V_{i(c)}\|} V_{i(c)}, \quad (13)$$

$V_{i(c)}$ merupakan vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen λ_i , dengan $1 \leq i \leq m$.

Matriks $U_{(c)}$

Matriks $U_{(c)}$ merupakan matriks kolom pada \mathbb{C}^{2n} yang memuat vektor singular kiri dari $Q_{e(c)}$, sedemikian sehingga merupakan vektor eigen dari $Q_{e(c)} Q_{e(c)}^*$. Misalkan

$$U_{(c)} = (\vec{U}_{1(c)}, \vec{U}_{2(c)}, \vec{U}_{3(c)}, \dots, \vec{U}_{r(c)}, \vec{U}_{r+1(c)} \dots, \vec{U}_{n(c)})$$

Untuk membentuk basis ortonormal pada matriks $U_{(c)}$, maka didefinisikan $\vec{U}_{i(c)}$ sebagai

$$\vec{U}_{i(c)} = \frac{1}{\sigma_i} A \vec{V}_{i(c)} \quad (14)$$

dengan $1 \leq i \leq n$.

Matriks Λ'

Matriks Λ' merupakan matriks diagonal dengan entri diagonalnya merupakan nilai singular dari $Q_{e(c)}$. Matriks Λ' berukuran $n \times n$ dengan rank r memiliki bentuk

$$\Lambda' = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_2, \dots, \sigma_r, \sigma_r) \\ = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \sigma_r \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Selanjutnya, diberikan algoritma untuk menghitung dekomposisi nilai singular matriks quaternion $Q_{(q)}$ melalui dekomposisi nilai singular representasi matriks kompleksnya $Q_{e(c)}$. Algoritma ini dapat diuraikan sebagai berikut,

Langkah 1 : Menghitung representasi matriks kompleks $Q_{e(c)}$ dengan Definisi 2.

Langkah 2 : Menghitung dekomposisi nilai singular matriks $Q_{e(c)}$ dengan perhitungan dekomposisi nilai singular matriks kompleks. Asumsikan $Q_{e(c)} = U_{(c)} \cdot \Lambda' \cdot V_{(c)}^*$.

Langkah 3 : Menghitung matriks singular Q_q, Λ , melalui Λ' pada Teorema 2. Menghitung dua matriks uniter $Q_{(q)}, U_{(q)}$ dan $V_{(q)}$, melalui $U_{(c)}$ dan $V_{(c)}$ pada Teorema 2.

Aplikasi SVD Matriks Quaternion

Sebuah matriks quaternion $f_{(q)}(m, n)$ dapat merepresentasikan suatu warna citra, $f_{(q)}(m, n)$ dapat dinyatakan sebagai suatu persamaan

$$f_{(q)}(m, n) = f_R(m, n)\mathbf{i} + f_G(m, n)\mathbf{j} + f_B(m, n)\mathbf{k}, \quad (16)$$

dengan $f_R(m, n)$, $f_G(m, n)$, dan $f_B(m, n)$ merepresentasikan bagian R, G, B dari warna citra.

Dari representasi di atas, dekomposisi nilai singular matriks quaternion untuk suatu warna citra dapat ditulis sebagai

$$f_{(q)} = U_{(q)} \cdot \Lambda \cdot V_{(q)}^*, \quad (17)$$

dengan $U_{(q)}$, Λ , dan $V_{(q)}^*$ dapat dihitung pada pembahasan sebelumnya.

Dari dekomposisi nilai singular warna citra di atas, banyak penggunaan metode proses citra yang dapat diuraikan menjadi suatu warna citra tanpa memisahkan warna citra menjadi tiga *channel* citra. Dalam tulisan ini, pembahasan mengenai aplikasi dekomposisi nilai singular matriks quaternion dibatasi pada perbaikan citra *low pass filter* dan *high pass filter*. Perbaikan citra dapat dilakukan dengan pembobotan nilai singular. Perbaikan citra menggunakan dekomposisi nilai singular terbagi menjadi dua jenis proses, yaitu pembobotan linear (*linear weighting*) dan pembobotan nonlinear (*nonlinear weighting*).

Pembobotan linear berdasarkan dekomposisi nilai singular matriks quaternion dapat ditulis sebagai persamaan

$$[f]_{(q)} = \sum_{i=1}^R (1 + m \cdot i) \lambda_i \cdot u_{i(q)} \cdot v_{i(q)}^* \quad (18)$$

$(m \geq 0)$.

Pembobotan linear akan memperbaiki komponen frekuensi tinggi, sehingga dapat dipandang sebagai suatu *high pass filter*.

Sedangkan untuk pembobotan nonlinear berdasarkan dekomposisi nilai singular matriks quaternion dapat ditulis sebagai persamaan

$$[f]_{(q)} = \sum_{i=1}^R \lambda_i^\alpha \cdot u_{i(q)} \cdot v_{i(q)}^* \quad (19)$$

Jika $\alpha > 1$, maka pembobotan nonlinear dapat dipandang sebagai suatu *low pass filter*, sebaliknya jika $\alpha < 1$, maka pembobotan nonlinear dapat dipandang sebagai suatu *high pass filter*.



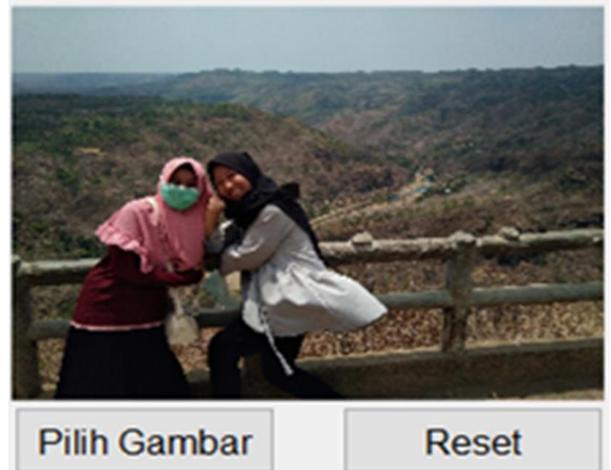
Gambar 1. Citra Gita dan Maya

Pada penelitian ini digunakan persamaan 19 untuk secara mudah dilakukan perbaikan citra menggunakan GUI Matlab. Sebagai contoh aplikasi perbaikan citra di bawah ini digunakan Citra Gita dan Maya (Gambar 1) untuk kasus *low pass filtering*. Langkah-langkah berikut juga digunakan untuk kasus *high pass filtering* menggunakan Citra Sekolah. Sementara itu, berikut ini diberikan langkah-langkah contoh pengaplikasian dekomposisi nilai singular matriks quaternion menggunakan *software* MATLAB terhadap Citra Gita dan Maya yaitu

Langkah 1. Membaca file citra.

Untuk membaca Citra Gita dan Maya pada MATLAB (Gambar 2), digunakan perintah `gambar=imread(fullfile(pathname, filename));`

Menurut Firdausi et al. [16], perintah di atas berfungsi mengonversi Citra Gita dan Maya menjadi data angka yang tersimpan dalam tiga matriks yang menyusun warna merah, hijau, dan biru. Setiap entri matriks menandakan kepekatan warna dan merupakan bilangan riil.



Gambar 2. Pilih gambar citra Gita dan Maya

Langkah 2. Menentukan ukuran matriks dari Citra Gita dan Maya. Untuk menentukan ukuran matriks dari Citra Gita dan Maya digunakan perintah

```
gambar = imresize(gambar,
    [min(lebar,tinggi)
    min(lebar,tinggi)]);
```

Langkah 3. Mengonversi entri matriks antara 0 dan 1.

Sebelum menghitung dekomposisi nilai singular dari masing-masing matriks penyusun warna, nilai entri-entri matriks dikonversi antara 0

dan 1. Hal ini dilakukan agar perhitungan nantinya menjadi lebih efisien (tidak melibatkan bilangan besar). Jika x_{ij} adalah elemen matriks awal yang bernilai bilangan bulat antara 0 dan 255, maka elemen matriks hasil konversi y_{ij} adalah

$$y_{ij} = \frac{x_{ij}}{255}$$

Pada MATLAB, hal ini dapat dilakukan dengan menggunakan perintah:

```
gambarDouble=double(gambar)/255.0;
```

Langkah 4. Mengonversi entri matriks hasil langkah 3 menjadi entri bilangan quaternion.

Pada MATLAB, hal ini dapat dilakukan dengan menggunakan perintah:

```
imshow(imresize(gambar2, [lebar
tinggi]));
[m,n,o] = size(gambar2);
X1 = complex(zeros(m,n),
gambar2(:,:,1));
X2 = complex(gambar2(:,:,2),
gambar2(:,:,3));
```

Langkah 5. Menghitung dekomposisi nilai singular matriks penyusun warna.

Pada MATLAB, hal ini dapat dilakukan dengan menggunakan perintah:

```
Quaternion = [X1,X2;-
conj(X2),conj(X1)];
[U,S,V] = svd(Quaternion);
S = diag(S);
```

Langkah 6. Pembobotan matriks singular

Selanjutnya dilakukan pembobotan pada matriks singular S. Misalkan untuk *low pass*, berdasarkan Persamaan 19 mengambil nilai α melalui slider 1. Pada MATLAB, hal ini dapat dilakukan dengan menggunakan perintah:

```
lowPass =
get(handles.slider1,'Value')
S_ = S.^lowPass;
Z = U*diag(S_)*V';
```

Langkah 7. Bentuk matriks aproksimasi *rank r* untuk penyusun warna merah, hijau, dan biru.

Seperti yang telah dibahas sebelumnya, aproksimasi *rank r* dari matriks A mengikuti Persamaan 19 untuk *low pass filter*. Pada MATLAB, hal ini dapat dilakukan dengan menggunakan perintah:

```
gambarLowPass = zeros(n,m,3);
gambarLowPass(:,:,1) =
imag(Z(1:n,1:m));
gambarLowPass(:,:,2) =
real(Z(1:n,(m+1):(2*m)));
gambarLowPass(:,:,3) =
imag(Z(1:n,(m+1):(2*m)));
```

sedangkan untuk *high pass filter*

```
gambarHighPass = zeros(n,m,3);
gambarHighPass(:,:,1) =
imag(Z(1:n,1:m));
gambarHighPass(:,:,2) =
real(Z(1:n,(m+1):(2*m)));
gambarHighPass(:,:,3) =
imag(Z(1:n,(m+1):(2*m)));
```

Langkah 8. Tampilkan hasil

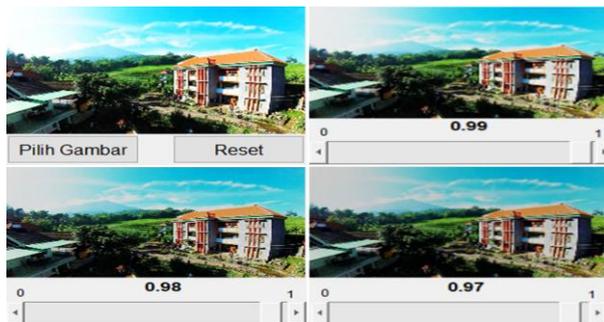
```
axes(handles.axes2);
imshow(imresize(gambarLowPass,
[lebar tinggi]));
axes(handles.axes3);
imshow(imresize(gambarHighPass,
[lebar tinggi]));
```

Hasil *Low Pass Filtering* ditunjukkan pada Gambar 3.



Gambar 3. Citra Gita dan Maya

Hasil *high pass filtering* ditunjukkan pada Gambar 4.



Gambar 4. Hasil perbaikan *high pass filtering*

Berdasarkan hasil pengolahan citra menggunakan Matlab di atas, didapatkan pada *low pass filter* perbaikan citra berhenti pada $\alpha = 1,06$ dan *high pass filter* pada $\alpha = 0,97$.

Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa algoritma perhitungan dekomposisi nilai singular matriks quaternion dapat dilakukan dengan langkah-langkah yang meliputi pertama yaitu menghitung representasi matriks kompleks $Q_{e(c)}$ dengan Definisi 2, kedua yaitu menghitung dekomposisi nilai singular matriks $Q_{e(c)}$ dengan perhitungan dekomposisi nilai singular matriks kompleks. Asumsikan $Q_{e(c)} = U_{(c)} \cdot \Lambda' \cdot V_{(c)}^*$, dan kemudian menghitung matriks singular Q_q, Λ , melalui Λ' pada Teorema 2. Selanjutnya, menghitung dua matriks uniter $Q_{(q)}, U_{(q)}$ dan $V_{(q)}$, melalui $U_{(c)}$ dan $V_{(c)}$ pada Teorema 2. Pada *low pass filter* perbaikan citra berhenti pada $\alpha = 1,06$ dan *high pass filter* pada $\alpha = 0,97$.

Ucapan Terima Kasih

Kami berterima kasih kepada semua civitas akademika Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta yang telah mendukung penelitian ini.

Daftar Pustaka

- [1] Acharya, T., & Ray, A. (2005). *Image processing, principles, and applications*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- [2] Bansal, D., Bagoria, R., Sharma, V., & Student, P. (2015). Digital image enhancement by improving contrast, removal of noise and motion blurring. *International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology*, 4(4), 2601-2606.
- [3] Andrews, H., & Patterson, C. (1976). Singular value decompositions and digital image processing. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 24(1), 26-53.
- [4] Pei, S. C., Chang, J. H., & Ding, J. J. (2003). Quaternion matrix singular value decomposition and its applications for color image processing. *International Conference on Image Processing* (pp. 805-808). Spain: IEEE.
- [5] Mohan, A. & Linda P. A. M. (2014). Image enhancement using DWT CDT and SVD. *International Journal of Engineering Research and Applications*, 1(2), 36-40.
- [6] Sulaiman, S., & Agoes, S. (2017). Analisis reduksi data citra menggunakan metode dekomposisi nilai singular. *CITEE*, 5(1), 21-25.
- [7] Gonzalez, R. C., & Woods, R. (1992). *Digital image processing 2nd edition*. New Jersey: Prentice Hall.
- [8] Lee, H. C. (1950). Eigenvalues and canonical forms of matrices with quaternion coefficients. *JSTOR*, 2(1), 253-260.
- [9] Zhang, F. (1997). Quaternions and matrices of quaternions. *Linear Algebra and Its Applications*, 251(1), 21-57.
- [10] Ell, T. A., Bihan, N., & Sangwine, S. (2014). *Quaternion fourier transforms for signal and image processing*. USA: John Wiley & Sons, Inc.
- [11] Marda, N., Amir, A., & Erawaty, N. (2015). *Dekomposisi nilai singular matriks quaternion*. Makassar: UNHAS.
- [12] Bunse-Gerstner, A., Byers, R., & Mehrmann, V. (1989). A quaternion QR algorithm. *Numerische Mathematik*, 55(1), 83-95.
- [13] Abdal, A. M., Kamal, A., & Erawaty, N. (2015). *Isomorfisma dari matriks quaternion kompleks ke matriks kompleks dan sifat-sifatnya*. Makassar: UNHAS.
- [14] Rodman, L. (2014). *Topics in quaternion linear algebra*. New Jersey: Princeton University Press.
- [15] Le Bihan, N., & Mars, J. (2004). Singular value decomposition of quaternion matrices: A new tool for vector-sensor signal processing. *Signal Processing*, 84(7), 1177-1199.
- [16] Firdausi, A., Syafwan, M., & Bakar, N. N. (2015). Aplikasi dekomposisi nilai singular pada kompresi ukuran file gambar. *Jurnal Matematika UNAND*, 4(1), 31-39.

PENGEMBANGAN TEKNIK DETEKSI ION LOGAM Fe(III) MENGGUNAKAN NANOPARTIKEL PERAK YANG DISTABILKAN KITOSAN-FORMALDEHIDA SEBAGAI SENSOR PADA SPEKTROFOTOMETER UV-VIS

DEVELOPMENT OF Fe(III) METAL ION DETECTION TECHNIQUE USING CHITOSAN-FORMALDEHYDE STABILIZED SILVER NANOPARTICLES AS SENSOR IN UV-VIS SPECTROPHOTOMETER

Sulistiyani^{1,*}, Waode Rustiah², Susila Kristianingrum¹, Annisa Fillaeli¹, Fatikhah Nur Hidayati P.S.¹

¹Jurusan Pendidikan Kimia, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta 55281, Indonesia

²Politeknik Kesehatan Muhammadiyah Makassar, Sulawesi Selatan 90132, Indonesia

*email korespondensi: sulistiyani@uny.ac.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan teknik deteksi ion logam Fe(III) menggunakan nanopartikel perak sebagai sensor pada spektrofotometer UV-Vis. Nanopartikel perak disintesis melalui metode reduksi kimia dengan reduktor natrium sitrat, kemudian ditambahkan agen penstabil kitosan yang diikat silang dengan formaldehid. Selanjutnya, nanopartikel perak yang telah dimodifikasi dengan kitosan-formaldehid direaksikan dengan ion Fe(III) pada berbagai variasi konsentrasi dan sinyal absorpsinya diamati menggunakan spektrofotometer UV-Vis. Hasil penelitian menunjukkan bahwa nanopartikel perak-kitosan-formaldehid berhasil disintesis yang ditandai dengan perubahan warna dari bening menjadi kuning kecoklatan dan munculnya serapan maksimum pada $\lambda = 416$ nm. Saat berinteraksi dengan ion Fe(III) pada berbagai variasi konsentrasi, serapan maksimum nanopartikel perak yang distabilkan kitosan-formaldehid relatif tidak mengalami pergeseran, tetapi muncul serapan SPR pada $\lambda = 480$ nm. Berdasarkan uji kinerja analitik pada daerah SPR, dapat dinyatakan nanopartikel perak yang distabilkan kitosan-formaldehid memiliki kinerja yang baik sebagai sensor ion Fe(III) dengan nilai presisi 0,12%, akurasi 0,075 ppm, nilai linieritas (R^2) 0,924 pada rentang konsentrasi dari 1-50 ppm dengan persamaan regresi $y = 0,0015x + 0,1646$, serta nilai LOD dan LOQ secara berturut-turut 0,106 ppm dan 0,235 ppm.

Kata kunci: sensor, nanopartikel perak, kitosan, formaldehid, ion Fe(III)

Abstract

This study aims to develop a Fe(III) metal ion detection technique using silver nanoparticles as sensor on a UV-Vis spectrophotometer. Silver nanoparticles were synthesized by chemical reduction method with sodium citrate as a reducing agent, then a stabilizer of chitosan was added which was cross-linked with formaldehyde. Furthermore, silver nanoparticles that had been modified with chitosan-formaldehyde were reacted with Fe(III) ions at various concentrations and absorption signal was observed using UV-Vis spectrophotometer. The results showed that silver-chitosan-formaldehyde nanoparticles were successfully synthesized which was characterized by a color change from clear to brownish yellow and appearance of maximum absorption was at $\lambda = 416$ nm. When interacting with Fe(III) ions at various concentrations, maximum absorption of chitosan-formaldehyde stabilized silver nanoparticles was relatively unchanged, but SPR absorption appeared at $\lambda = 480$ nm. Based on analytical performance test in the SPR region, it can be stated that chitosan-formaldehyde stabilized silver nanoparticles have good performance as a Fe(III) ion sensor with a precision value of 0.12%, an accuracy of 0.075 ppm, a linearity value (R^2) of 0.924 in concentration range from 1-50 ppm with the regression equation of $y = 0.0015x + 0.1646$, and LOD and LOQ values are 0.106 ppm and 0.235 ppm, respectively.

Keywords: sensor, silver nanoparticle, chitosan, formaldehyde, Fe(III) ion

Pendahuluan

Spesiasi unsur atau identifikasi unsur berdasarkan bilangan oksidasinya merupakan tantangan penting dalam kimia analitik. Besi termasuk salah satu unsur yang memiliki beberapa bilangan oksidasi. Spesi besi yang kelimpahannya besar di alam memiliki bilangan oksidasi +2 dan +3, namun besi dengan bilangan oksida +3 lebih banyak dibanding besi dengan bilangan oksida +2.

Kedua spesi tersebut berperan penting dalam sistem biologis tanaman, hewan, dan manusia [1]. Oleh karena itu deteksi besi berdasarkan spesinya penting dilakukan.

Terdapat beberapa teknik yang dapat digunakan untuk mendeteksi adanya ion besi, antara lain metode serimetri, permanganometri dan spektrofotometri UV-Vis [2-4]. Metode konvensional seperti serimetri dan permanganometri memerlukan waktu lama dan

penentuan titik akhir titrasi relatif subjektif. Adapun analisis ion besi menggunakan spektrofotometer UV-Vis banyak diminati karena mudah, cepat, dan instrumennya banyak tersedia di laboratorium. Akan tetapi, analisis ion besi menggunakan spektrofotometri UV-Vis memerlukan ligan pengompleks seperti 1,10-fenantrolin dan 2,2'-bipiridil untuk ion Fe(II) [4,5], sedangkan ion Fe(III) menggunakan tiron dan Alizarin Red S (ARS) [6,7] yang kadang ligan bersifat kurang stabil dan sulit diperoleh. Oleh karena itu, ilmuwan melakukan pengembangan teknik deteksi ion besi agar lebih praktis, seperti menggunakan material berukuran nano sebagai sensor pada spektrofotometri UV-Vis [8-10].

Kemampuan nanopartikel perak sebagai sensor ion logam merupakan aplikasi adanya *Surface Plasmon Resonance* (SPR) nanopartikel logam yang karakteristik [11]. Interaksi antara logam dengan permukaan nanopartikel menyebabkan perubahan warna dan pergeseran SPR [9,12]. Beberapa penelitian telah menggunakan kitosan sebagai bahan penstabil nanopartikel perak dalam aplikasinya sebagai sensor [13,14]. Kitosan larut dalam lingkungan asam, sehingga kitosan beresiko terlepas dari permukaan nanopartikel perak saat berada dalam lingkungan asam. Oleh karena itu, perlu dilakukan modifikasi lanjut untuk meningkatkan stabilitas nanopartikel perak-kitosan dengan menambahkan agen pengikat silang seperti formaldehid dan glutaraldehid [15,16]. Selain itu, adanya formaldehid pada nanopartikel kitosan-perak diharapkan meningkatkan kinerja analisis nanopartikel sebagai sensor ion Fe(III) pada sistem spektrofotometer UV-Vis. Oleh karena itu, pada penelitian ini diujicobakan nanopartikel perak dengan agen penstabil kitosan yang diikat silang dengan formaldehid untuk sensor ion Fe(III) pada sistem spektrofotometer UV-Vis.

Metode Penelitian

Alat yang digunakan dalam penelitian ini antara lain spektrofotometer UV-Vis Shimadzu UV-2450, *hot plate*, *magnetic stirrer*, oven, neraca analitik, dan peralatan gelas standar. Bahan yang digunakan antara lain AgNO₃, HCl, K₂Cr₂O₇, natrium sitrat, formaldehid, kitosan, akuabides. Selain itu, bahan-bahan kimia yang digunakan memiliki kemurnian tinggi (*p.a*). Adapun tahapan-tahapan dalam penelitian ini dijabarkan secara detail sebagai berikut.

Sintesis Nanopartikel Perak tanpa Agen Penstabil Kitosan Terikat Silang Formaldehid

AgNO₃ 1,0×10⁻³ M dipanaskan sampai mendidih. Kemudian pada larutan ditambahkan natrium sitrat 1%. Selama proses pemanasan, dilakukan pengadukan menggunakan *magnetic stirrer* agar larutan menjadi homogen. Pemanasan dilanjutkan sampai larutan berwarna kuning pucat. Kemudian pemanasan dihentikan tetapi tetap dilakukan pengadukan hingga temperatur larutan menjadi temperatur kamar.

Sintesis Nanopartikel Perak dengan Agen Penstabil Kitosan Terikat Silang Formaldehid

AgNO₃ 1,0×10⁻³ M dipanaskan sampai mendidih. Kemudian pada larutan ditambahkan natrium sitrat 1%. Selama proses pemanasan, dilakukan pengadukan menggunakan *magnetic stirrer* agar larutan menjadi homogen. Pemanasan dilanjutkan sampai larutan berwarna kuning pucat. Kemudian pemanasan dihentikan tetapi tetap dilakukan pengadukan hingga temperatur campuran menjadi temperatur kamar. Pada proses tersebut, ditambahkan kitosan 37% yang diikat silang dengan formaldehid 2,5% dengan perbandingan 1:1 (b/v). Volume akhir campuran adalah 100 mL.

Uji Kemampuan Nanopartikel Perak sebagai Sensor Ion Fe(III)

Sebanyak 1,66 mL nanopartikel perak dimasukkan ke dalam 8 labu ukur dan ditambahkan ke dalam masing-masing labu ukur 0,25; 0,75; 1,25; 1,75; 2,5; 3,75; 6,25; dan 12,5 mL larutan ion Fe(III) untuk membuat konsentrasi ion Fe(III) 1, 3, 5, 7, 10, 15, 25, dan 50 ppm. Setelah itu, ke dalam labu ukur ditambahkan aqua demineralisasi hingga tanda batas dan dihomogenkan. Selanjutnya, absorbansi larutan direkam menggunakan spektrofotometer UV-Vis dengan panjang gelombang 300-700 nm.

Uji Kemampuan Nanopartikel Perak yang Distabilkan Kitosan-Formaldehid sebagai Sensor Ion Fe(III)

Sebanyak 1,92 g nanopartikel perak-kitosan-formaldehid dimasukkan ke dalam 8 labu ukur dan ditambahkan ke dalam masing-masing labu ukur 0,25; 0,75; 1,25; 1,75; 2,5; 3,75; 6,25; dan 12,5 mL larutan ion Fe(III) untuk membuat konsentrasi ion Fe(III) 1, 3, 5, 7, 10, 15, 25, dan 50 ppm.

Setelah itu, ke dalam labu ukur ditambahkan aqua demineralisasi hingga tanda batas dan dihomogenkan. Selanjutnya, absorbansi larutan direkam menggunakan spektrofotometer UV-Vis dengan panjang gelombang 300-700 nm.

Analisis Kinerja Analitik

Analisis kinerja analitik meliputi uji presisi, linieritas, limit deteksi (LOD), dan limit kuantisasi (LOQ). Analisis presisi dan standar deviasi dapat ditunjukkan seperti pada persamaan (1) dan (2).

$$\%KV = \frac{SD}{\bar{y}} \times 100\% \quad (1)$$

$$SD = \left(\frac{\sum(y-\bar{y})^2}{n-1} \right)^{1/2} \quad (2)$$

dimana KV adalah koefisien variansi, SD adalah standar deviasi, y adalah besaran sinyal, \bar{y} adalah besaran sinyal rata-rata, dan n adalah jumlah data

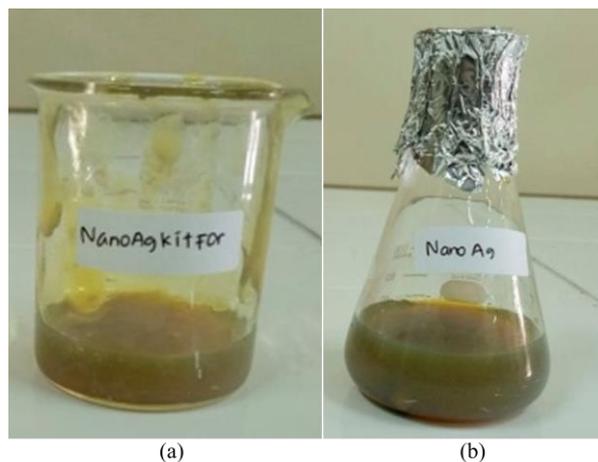
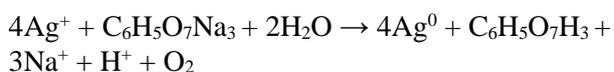
Limit deteksi (LOD) dihitung berdasarkan sinyal standar, yang melibatkan rasio sinyal terhadap *noise* 3 banding 1, sedangkan limit kuantisasi (LOQ) ditentukan tiga kali nilai LOD. Persamaan regresi linier ditentukan dengan membuat kurva hubungan antara konsentrasi larutan analit dan nilai absorbansi nanopartikel perak. Secara umum, persamaan regresi yang diperoleh dapat ditampilkan seperti pada persamaan (3).

$$y = bx + a \quad (3)$$

dimana $y = A$ (absorbansi), $x = C$ (konsentrasi larutan analit), a adalah intersep, dan b adalah *slope*.

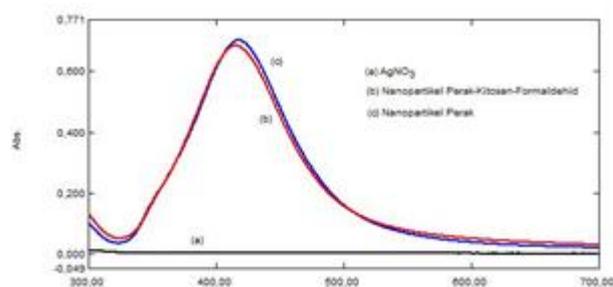
Hasil dan Pembahasan

Nanopartikel perak diperoleh dengan mereduksi larutan $AgNO_3$ dengan natrium sitrat. Indikator terbentuknya nanopartikel perak adalah berubahnya warna larutan dari bening menjadi kuning kecoklatan. Adapun nanopartikel perak yang distabilkan kitosan-formaldehid terlihat lebih kental membentuk gel seperti yang terlihat pada Gambar 1. Kemampuan natrium sitrat sebagai pereduksi dalam mereduksi ion perak (Ag^+) menjadi Ag^0 sesuai persamaan reaksi:



Gambar 1. Nanopartikel perak hasil sintesis. (a) Nanopartikel perak-kitosan-formaldehid dan (b) Nanopartikel perak

Terbentuknya nanopartikel diperkuat dengan munculnya serapan maksimum pada panjang gelombang 400 nm–500 nm menggunakan spektrofotometer UV-Vis [9,17]. Berdasarkan spektrum UV-Vis yang ditunjukkan pada Gambar 2, baik nanopartikel perak tanpa kitosan-formaldehid maupun nanopartikel perak yang distabilkan kitosan-formaldehid menghasilkan serapan maksimum pada panjang gelombang 416 nm, sedangkan senyawa perak nitrat tidak memiliki serapan.



Gambar 2. Spektrum UV-Vis $AgNO_3$ (a) dan nanopartikel perak-kitosan-formaldehid (b), dan nanopartikel perak (c).

Pada penelitian ini, nanopartikel perak dimodifikasi dengan kitosan-formaldehid untuk meningkatkan stabilitas nanopartikel dan kekuatan mekanik kitosan. Penambahan agen pengikat silang (*cross linking agent*) pada kitosan dapat menstabilkan kitosan pada kondisi asam sehingga kitosan tidak mudah rusak serta dapat meningkatkan resistansinya terhadap degradasi biokimia [18]. Hal ini dikarenakan formaldehid bertindak sebagai jembatan yang menghubungkan struktur antar kitosan dengan berikatan pada gugus amina ($-NH_2$) [16].

Spektrum Absorpsi Nanopartikel Perak yang Distabilkan Kitosan Terikat Silang Formaldehid dalam Variasi Konsentrasi Ion Logam Fe(III)

Aplikasi nanopartikel perak sebagai sensor ion Fe(III) diamati dari SPR yang muncul akibat interaksi antara gelombang cahaya pada panjang gelombang spesifik dengan elektron-elektron yang ada di permukaan nanopartikel perak modifikasi. Ion Fe akan diikat gugus amina dan hidroksil pada kitosan membentuk senyawa kompleks. Adanya gugus fungsional amina ($-NH_2$) pada struktur molekul kitosan menyebabkan kitosan mempunyai muatan positif yang kuat yang mengikat muatan negatif [9]. Hasil pengamatan visual menunjukkan terjadi perubahan warna pada larutan nanopartikel perak dan nanopartikel perak yang distabilkan kitosan terikat silang formaldehid setelah penambahan larutan analit Fe(III).

Warna larutan nanopartikel perak sebelum ditambahkan larutan analit berwarna kuning. Seiring dengan meningkatnya konsentrasi larutan ion Fe(III), warna larutan nanopartikel perak menjadi kemerahan bening. Perubahan warna mengidentifikasi nanopartikel perak dapat digunakan untuk uji kualitatif secara visual. Hasil pengujian larutan analit ditunjukkan pada Gambar 3 dan 4. Saat nanopartikel perak, tanpa kitosan-formaldehid maupun yang distabilkan kitosan-formaldehid diinteraksikan ion Fe(III), panjang gelombang maksimum nanopartikel perak relatif tidak mengalami pergeseran tetapi muncul nilai serapan SPR, yaitu panjang gelombang 480 nm seperti yang ditunjukkan Gambar 5 dan Gambar 6. Hal ini mengindikasikan terjadinya perubahan lingkungan kimia pada permukaan nanopartikel perak. Nilai serapan SPR nanopartikel perak saat diinteraksikan dengan variasi konsentrasi ion Fe(III) dapat dilihat pada Tabel 1.



Gambar 3. Nanopartikel perak yang diinteraksikan dengan ion Fe(III) pada konsentrasi. 1 ppm (1), 3 ppm (2), 5 ppm (3), 7 ppm (4), 10 ppm (5), 15 ppm (6), 25 ppm (7), 50 ppm (8)



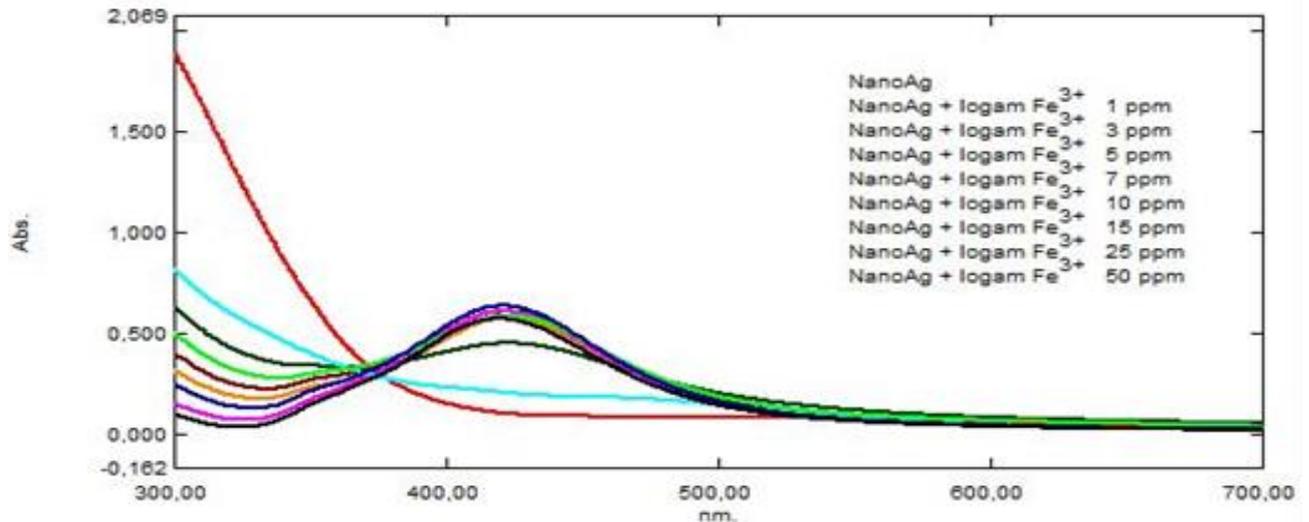
Gambar 4. Nanopartikel perak-kitosan-formaldehid yang diinteraksikan dengan ion Fe(III) pada berbagai konsentrasi. 1 ppm (1), 3 ppm (2), 5 ppm (3), 7 ppm (4), 10 ppm (5), 15 ppm (6), 25 ppm (7), 50 ppm (8)

Jika dibandingkan antara spektrum nanopartikel perak (Gambar 5) dengan spektrum nanopartikel perak yang distabilkan kitosan-formaldehid (Gambar 6) ketika diinteraksikan dengan berbagai variasi ion Fe(III) terdapat perbedaan. Saat interaksi dengan ion Fe(III) konsentrasi 15 ppm hingga 50 ppm, serapan maksimum nanopartikel perak menunjukkan penurunan serapan, sedangkan serapan maksimum nanopartikel perak yang distabilkan kitosan-formaldehid tidak mengalami penurunan.

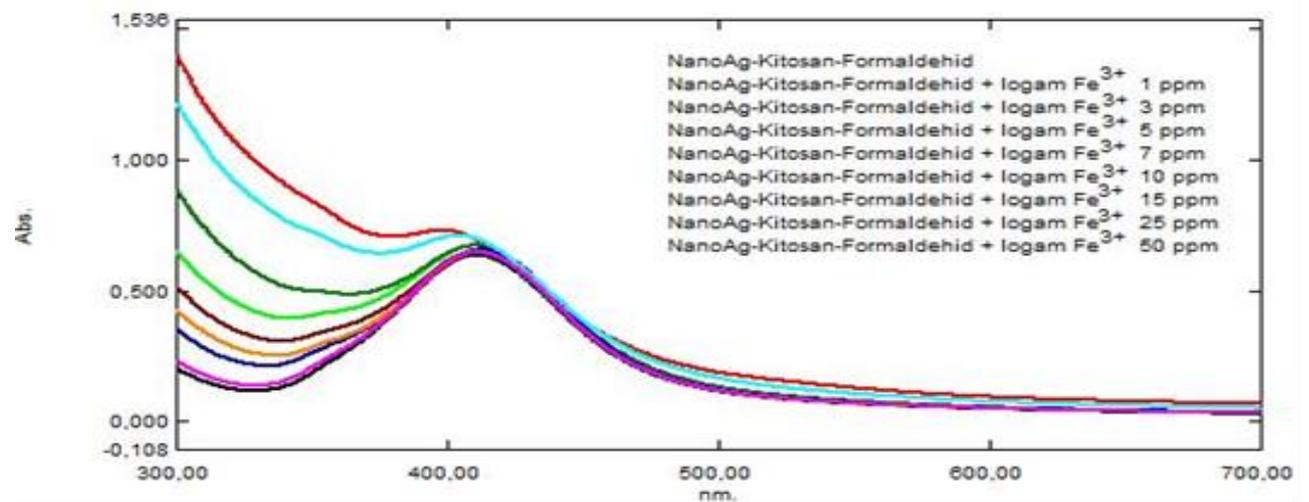
Penurunan intensitas serapan nanopartikel perak dimungkinkan karena terjadinya aglomerasi partikel akibat semakin kuatnya interaksi dengan ion Fe(III). Kedua spektrum tersebut membuktikan bahwa penambahan kitosan-formaldehid pada nanopartikel perak lebih mampu menjaga kestabilan partikel perak agar tidak terjadi aglomerasi. Hal ini sesuai dengan referensi yang menyatakan bahwa penambahan kitosan dalam nanopartikel dapat menyediakan cukup halangan sterik untuk menstabilkan koloid dan juga fungsi nanopartikel sebagai sensor [18].

Tabel 1. Nilai Serapan SPR ($\lambda=480$ nm) Nanopartikel Perak dengan Variasi Konsentrasi Ion Logam Fe(III)

Partikel	Absorbansi	
	NPs Ag	NPs Ag-Kit-Formaldehid
nanoAg	0,165	0,225
nanoAg + Fe ³⁺ 1 ppm	0,169	0,247
nanoAg + Fe ³⁺ 3 ppm	0,173	0,254
nanoAg + Fe ³⁺ 5 ppm	0,165	0,247
nanoAg + Fe ³⁺ 7 ppm	0,171	0,262
nanoAg + Fe ³⁺ 10 ppm	0,177	0,273
nanoAg + Fe ³⁺ 15 ppm	0,184	0,273
nanoAg + Fe ³⁺ 25 ppm	0,218	0,268
nanoAg + Fe ³⁺ 50 ppm	0,235	0,172



Gambar 5. Spektrum nanopartikel perak + ion logam Fe³⁺ variasi konsentrasi



Gambar 6. Spektrum nanopartikel perak-kitosan-formaldehid + ion logam Fe³⁺ variasi konsentrasi

Jika dibandingkan antara spektrum nanopartikel perak (Gambar 5) dengan spektrum nanopartikel perak yang distabilkan kitosan-formaldehid (Gambar 6) ketika diinteraksikan dengan berbagai variasi ion Fe(III) terdapat perbedaan. Saat interaksi dengan ion Fe(III) konsentrasi 15 ppm hingga 50 ppm, serapan maksimum nanopartikel perak menunjukkan penurunan serapan, sedangkan serapan maksimum nanopartikel perak yang distabilkan kitosan-formaldehid tidak mengalami penurunan.

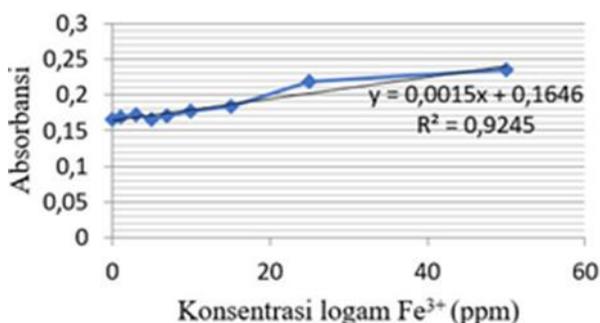
Penurunan intensitas serapan nanopartikel perak dimungkinkan karena terjadinya aglomerasi partikel akibat semakin kuatnya interaksi dengan ion Fe(III). Kedua spektrum tersebut membuktikan bahwa penambahan kitosan-formaldehid pada nanopartikel perak lebih mampu menjaga kestabilan partikel perak agar tidak terjadi aglomerasi. Hal ini sesuai dengan referensi yang menyatakan bahwa penambahan kitosan

dalam nanopartikel dapat menyediakan cukup halangan sterik untuk menstabilkan koloid dan juga fungsi nanopartikel sebagai sensor [18].

Kinerja Analitik Deteksi Ion Logam Fe(III) Menggunakan Nanopartikel Perak yang Distabilkan Kitosan-Formaldehid

Pengujian kinerja analitik metode digunakan sebagai parameter standar tidaknya metode untuk keperluan analisis. Pada penelitian ini pengujian kinerja analitik meliputi uji presisi, linieritas, nilai deteksi (LOD), dan limit kuantisasi (LOQ). Presisi menyatakan kedekatan antara nilai data yang satu dengan data yang lain yang diperoleh dengan cara sama, biasanya dinyatakan koefisien variansi. Dari hasil perhitungan, penelitian ini memiliki nilai koefisien variasi (KV) sebesar 0,12% artinya kesalahan kecil (%KV tidak lebih dari 5%) sehingga presisi sinyal baik. Uji linieritas

dilakukan dengan membuat kurva kalibrasi serapan nanopartikel perak yang distabilkan kitosan terikat silang formaldehida yang ditambahkan larutan ion Fe(III) pada variasi konsentrasi di daerah SPR (480 nm) (Gambar 7).



Gambar 7. Uji linieritas nanopartikel perak-kitosan-formaldehid sebagai sensor ion logam Fe(III) pada $\lambda = 480$ nm

Berdasarkan kurva kalibrasi diperoleh persamaan garis $y = 0,0015x + 0,1646$ dengan $R^2 = 0,924$ pada rentang konsentrasi 1-50 ppm. Berdasarkan nilai regresi tersebut, dapat dinyatakan bahwa nanopartikel perak yang distabilkan kitosan-formaldehid memiliki linieritas yang baik pada rentang konsentrasi yang luas. Adapun uji limit deteksi yaitu konsentrasi atau jumlah terkecil/terendah dari analit dalam sampel, yang mencakup nilai LOD dan LOQ secara berturut-turut sebesar 0,106 ppm dan 0,235 ppm. Berdasarkan nilai presisi, linieritas, LOD, dan LOQ dapat dinyatakan bahwa teknik deteksi ion Fe(III) menggunakan nanopartikel perak distabilkan kitosan-formaldehid sebagai sensor pada sistem detektor spektrofotometer UV-vis memiliki kinerja analitik yang baik.

Kesimpulan

Nanopartikel perak yang diikat silang dengan formaldehid-kitosan berhasil disintesis yang dibuktikan dengan adanya perubahan warna dari bening menjadi kuning kecoklatan dan munculnya serapan maksimum pada panjang gelombang 416 nm. Berdasarkan pengujian kinerja analitik, nanopartikel perak yang diikat silang dengan formaldehid-kitosan sebagai sensor ion Fe(III) memiliki kinerja analitik yang baik pada spektrofotometer UV-Vis, dengan nilai presisi 0,12%, nilai linieritas (R^2) 0,924 dengan persamaan regresi linear $y = 0,0015x + 0,1646$, serta nilai LOD dan LOQ secara berturut-turut sebesar 0,106 ppm dan 0,235 ppm.

Ucapan Terima Kasih

Kami menyampaikan terimakasih kepada Dekanat FMIPA UNY yang telah membiayai dan memfasilitasi kegiatan penelitian ini melalui dana DIPA FMIPA UNY hingga penelitian dapat diselesaikan.

Daftar Pustaka

- [1] Abbaspour, N., Hurrell, R., & Kelishadi, R. (2014). Review on iron and its importance for human health. *Journal of Research in Medical Sciences: The Official Journal of Isfahan University of Medical Sciences*, 19(2), 164–174. <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/2477867/>
- [2] Fedotova, T. D., Glotov, O. G., & Zarko, V. E. (2007). Application of cerimetric methods for determining the metallic aluminum content in ultrafine aluminum powders. *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, 32(2), 160–164. <https://doi.org/10.1002/prop.200700017>
- [3] Putra, F. A., & Sugiarto, R. D. (2016). Perbandingan metode analisis permanganometri dan serimetri dalam penentuan kadar besi(II). *Jurnal Sains Dan Seni ITS*, 5(1), 10-13.
- [4] Smith, G. L., Reutovich, A. A., Srivastava, A. K., Reichard, R. E., Welsh, C. H., Melman, A., & Bou-Abdallah, F. (2021). Complexation of ferrous ions by ferrozine, 2,2'-bipyridine and 1,10-phenanthroline: Implication for the quantification of iron in biological systems. *Journal of Inorganic Biochemistry*, 220(1), 111-114. <https://doi.org/10.1016/j.jinorgbio.2021.111460>
- [5] Adhikamsetty, R. K., Gollapalli, N. R., & Jonnalagadda, S. B. (2008). Complexation kinetics of Fe²⁺ with 1,10-phenanthroline forming ferriin in acidic solutions. *International Journal of Chemical Kinetics*, 40(8), 515–523. <https://doi.org/10.1002/kin.20336>
- [6] Didukh-Shadrina, S. L., Losev, V. N., Samoilo, A., Trofimchuk, A. K., & Nesterenko, P. N. (2019). Determination of metals in natural waters by inductively coupled plasma optical emission spectroscopy after preconcentration on silica sequentially coated with layers of polyhexamethylene guanidinium and

- sulphonated nitrosonaphthols. *International Journal of Analytical Chemistry*, 1(1), 1-13. <https://doi.org/10.1155/2019/1467631>
- [7] Gahlan, A. A., El-Mottaleb, M. A., Badawy, N. A., Fatama, H., & Kamale, A. (2014). Spectrophotometric studies on binary and ternary complexes of some metal ions with alizarin red s and cysteine. *International Journal of Advanced Research*, 2(10), 570-584.
- [8] Liu, G., Zhang, R., Huang, X., Li, L., Liu, N., Wang, J., & Xu, D. (2018). Visual and colorimetric sensing of metsulfuron-methyl by exploiting hydrogen bond-induced anti-aggregation of gold nanoparticles in the presence of melamine. *Sensors*, 18(5), 1595-1602. <https://doi.org/10.3390/s18051595>
- [9] Tashkhourian, J., & Sheydaei, O. (2017). Chitosan capped silver nanoparticles as colorimetric sensor for the determination of iron(III). *Analytical and Bioanalytical Chemistry Research*, 4(2), 249-260. <https://doi.org/10.22036/abcr.2017.69942.1127>
- [10] Willner, M. R., & Vikesland, P. J. (2018). Nanomaterial enabled sensors for environmental contaminants. *Journal of Nanobiotechnology*, 16(1), 95-110. <https://doi.org/10.1186/s12951-018-0419-1>
- [11] Caro, C., M., P., Klippstein, R., Pozo, D., & P., A. (2010). Silver nanoparticles: sensing and imaging applications. In *Silver Nanoparticles*. InTech. <https://doi.org/10.5772/8513>
- [12] Luo, Y., Zhang, B., Cheng, W.-H., & Wang, Q. (2010). Preparation, characterization and evaluation of selenite-loaded chitosan/TPP nanoparticles with or without zein coating. *Carbohydrate Polymers*, 82(3), 942-951. <https://doi.org/10.1016/j.carbpol.2010.06.029>
- [13] Imran, M., Ehrhardt, C. J., Bertino, M. F., Shah, M. R., & Yadavalli, V. K. (2020). Chitosan stabilized silver nanoparticles for the electrochemical detection of lipopolysaccharide: A facile biosensing approach for gram-negative bacteria. *Micromachines*, 11(4), 413-417. <https://doi.org/10.3390/mi11040413>
- [14] Sugunan, A., Thanachayanont, C., Dutta, J., & Hilborn, J. G. (2005). Heavy-metal ion sensors using chitosan-capped gold nanoparticles. *Science and Technology of Advanced Materials*, 6(3), 335-340. <https://doi.org/10.1016/j.stam.2005.03.007>
- [15] Kildeeva, N. R., Perminov, P. A., Vladimirov, L. V., Novikov, V. V., & Mikhailov, S. N. (2009). About mechanism of chitosan cross-linking with glutaraldehyde. *Russian Journal of Bioorganic Chemistry*, 35(3), 360-369. <https://doi.org/10.1134/S106816200903011X>
- [16] Singh, A., Narvi, S. S., Dutta, P. K., & Pandey, N. D. (2006). External stimuli response on a novel chitosan hydrogel crosslinked with formaldehyde. *Bulletin of Materials Science*, 29(3), 233-238. <https://doi.org/10.1007/BF02706490>
- [17] Proposito, P., Burratti, L., & Venditti, I. (2020). Silver Nanoparticles as Colorimetric Sensors for Water Pollutants. *Chemosensors*, 8(2), 26-32. <https://doi.org/10.3390/chemosensors8020026>
- [18] Haryani, K., Hargono, H., & Budiyati, S. (2011). Pembuatan khitosan dari kulit udang untuk mengadsorbsi logam krom (Cr6+) dan tembaga (Cu). *Reaktor*, 11(2), 86-92. <https://doi.org/10.14710/reaktor.11.2.86-90>

ANALISIS PORTOFOLIO OPTIMAL FUZZY MEAN ABSOLUTE DEVIATION DENGAN ALGORITMA GENETIKA

OPTIMAL PORTFOLIO ANALYSIS OF FUZZY MEAN ABSOLUTE DEVIATION USING GENETICS ALGORITHM

Rahmat Fatoni*, Rosita Kusumawati

Jurusan Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta,
Yogyakarta 55281, Indonesia

*email korespondensi: rosita_kusumawati@uny.ac.id

Abstrak

Fuzzy Mean Absolute Deviation (FMAD) merupakan pengembangan dari model *Mean Absolute Deviation (MAD)* dimana semua parameter-parameter pada model berupa bilangan *fuzzy*. Tujuan dari artikel ini adalah menjelaskan analisis pembentukan model FMAD untuk optimasi portofolio saham pada pasar saham di Indonesia serta penyelesaian model menggunakan algoritma genetika. Penyelesaian model FMAD dilakukan dengan terlebih dahulu menyusun model Program Linear (PL) yang ekuivalen dengannya menggunakan metode Mehar. Solusi optimal dari model PL yang diperoleh ditentukan menggunakan algoritma genetika. Contoh numeris penerapan model FMAD untuk menyusun portofolio dari saham-saham yang terdaftar pada indeks LQ45 selama periode 1 Januari 2014 - 31 Desember 2016 diberikan. Lima saham yang terpilih yaitu Pakuwon Jati Tbk (PWON), Global Mediacom Tbk (BMTR), Adaro Energy Tbk (ADRO), Perusahaan Gas Negara (PGAS), dan Media Nusantara Citra Tbk (MNCN). Tiga contoh portofolio dengan 3 batasan bobot investasi maksimal yang berbeda disusun. Portofolio FMAD optimal terdiri dari PWON 30%, BMTR 0%, ADRO 20%, PGAS 0%, dan MNCN 50% dengan *indeks sharpe* 0,354 yang lebih tinggi dari portofolio MAD.

Kata kunci: *fuzzy mean absolute deviation*, metode Mehar, algoritma genetika

Abstract

Fuzzy Mean Absolute Deviation (FMAD) model is the development of Mean Absolute Deviation (MAD) model where all the parameters in the model are fuzzy numbers. The purposes of this article are to explain the construction of FMAD model for portfolio optimization in Indonesia stock market and to find the solution of the model using Genetic Algorithm (GA). Steps to find the solution of FMAD model are finding Linear Programming (LP) model that is equivalent to FMAD model using Mehar method, then solving LP model using GA. FMAD model is applied to construct a portfolio of stocks listed on the LQ45 index during the period January 1, 2014 - December 31, 2016. Five selected stocks are Pakuwon Jati Tbk (PWON), Global Mediacom Tbk (BMTR), Adaro Energy Tbk (ADRO), Perusahaan Gas Negara (PGAS), and Media Nusantara Citra Tbk (MNCN). Three examples are arranged based on three different maximum investment weights. The optimal FMAD portfolio compose of PWON 30%, BMTR 0%, ADRO 20%, PGAS 0%, dan MNCN 50%. with the Sharpe's index 0.354 higher that MAD portfolio.

Keywords: *fuzzy mean absolute deviation, Mehar method, genetic algorithm*

Pendahuluan

Model optimasi portofolio *Mean-Variance (MV)* pertama kali ditemukan oleh Hary M. Markowitz pada tahun 1952. Keterbatasan perhitungan variansi dan kovariansi model MV terlalu kompleks saat jumlah saham terlalu banyak sehingga mendorong Konno dan Yamazaki (1991) mengembangkan metode *Mean Absolute Deviation (MAD)* yang menggunakan *absolute deviation* sebagai parameter risiko. Namun dalam model MAD, nilai *expected return* diduga dengan rerata *return* historis dan nilai risiko saham diduga dengan rata-rata risiko historis. Rerata *return* historis terkadang bukan nilai dugaan yang tepat untuk *expected return*. Bilangan *fuzzy* adalah satu

cara untuk memberikan nilai dugaan yang lebih tepat. Model FMAD adalah model MAD dalam himpunan *fuzzy* dimana semua parameter dalam model berupa bilangan *fuzzy* [1].

Beberapa penelitian di antaranya mengenai model portofolio MAD dengan return berupa bilangan *fuzzy* [2]. Kesimpulan yang diperoleh yaitu bilangan *fuzzy* sangat baik digunakan untuk mendeskripsikan return yang tidak pasti dari model MAD. Selain itu juga mengenai pemilihan portofolio pada pasar saham di Indonesia dengan Program Linear *Fuzzy* Tujuan Ganda [3]. Kesimpulan yang diperoleh yaitu model program linear *fuzzy* tujuan ganda dapat digunakan sebagai alat yang kuat untuk mendeskripsikan *return* dan risiko yang tidak pasti.

Model FMAD adalah model *Fuzzy Linear Programming* (FLP) yang merupakan pengembangan teori optimisasi menggunakan teori himpunan *fuzzy* untuk penyusunan portofolio. Model FLP dan berbagai metode untuk menyelesaikan model FLP serta berbagai aplikasinya telah dibahas secara detail [4]. Metode Mehar adalah salah satu metode yang memtransformasi model FLP menjadi model Program Linear (PL) yang kemudian diselesaikan dengan metode simpleks sehingga menghasilkan solusi yang optimal. Metode Mehar untuk solusi optimal *fuzzy* dan analisis sensitivitas pada FLP dengan bilangan *fuzzy* trapesium simetris telah dikaji [5]. Kesimpulan yang diperoleh yaitu metode Mehar lebih mudah digunakan untuk penyelesaian model FLP dengan mencari model PL yang ekuivalen dengannya.

Pencarian solusi optimal model PL secara *exact* yang memberikan hasil akurat terkadang membutuhkan waktu yang lama. Oleh karena itu, dibutuhkan algoritma yang dapat memberikan hasil yang akurat serta efisien. Algoritma genetika memiliki kemampuan dalam menyelesaikan berbagai masalah kompleks [6]. Telah banyak penelitian algoritma genetika untuk optimisasi antara lain penggunaan algoritma genetika untuk penyelesaian optimasi alokasi portofolio saham menggunakan model Markowitz pada pasar modal Indonesia [7], dan penggunaan algoritma genetika yang mampu menentukan kombinasi produksi jilbab sesuai dengan modal dan persediaan sehingga menghasilkan laba maksimum [8]. Dalam artikel ini, pembentukan model FMAD untuk optimasi alokasi portofolio saham pada pasar saham di Indonesia serta penyelesaian model FMAD bilangan *fuzzy* trapesium dengan algoritma genetika akan dibahas.

Metode Penelitian

Dalam penelitian ini disusun model FMAD bilangan *fuzzy* trapesium yang diselesaikan dengan algoritma genetika. Untuk contoh numeris penerapan model FMAD dibatasi hanya menggunakan data saham dengan *return* berdistribusi normal, rata-rata *return* positif, dan konsisten berada dalam indeks harga saham LQ45 selama periode pengamatan yaitu 1 Januari 2014 - 31 Desember 2016. Data harga saham diambil dari laman <https://finance.yahoo.com>. Saham-saham yang diamati dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Nama perusahaan dan kode saham

Nama Perusahaan	Kode Saham	Nama Perusahaan	Kode Saham
Astra Agro Lestari Tbk	AALI	Indocement Tunggul Prakasa Tbk	INTP
Adaro Energy Tbk	ADRO	Jasa Marga Tbk	JSMR
AKR Corporindo Tbk	AKRA	Kalbe Farma Tbk	KLBF
Astra International Tbk	ASII	Lippo Karawaci Tbk	LPKR
Alam Sutera Realty Tbk	ASRI		
Bank Central Asia Tbk	BBCA	PP London Sumatra Indonesia Tbk	LSIP
Bank Negara Indonesia Tbk	BBNI	Media Nusantara Tbk	MNCN
Bank Rakyat Indonesia Tbk	BBRI	Perusahaan Gas Negara Tbk	PGAS
Bank Mandiri Tbk	BMRI	Tambang Batubara Bukit Asam	PTBA
Global Mediacom Tbk	BMTR	Pakuwon Jati Tbk	PWON
Bumi Serpong Damai Tbk	BSDE	Semen Indonesia Tbk	SMGR
Charoen Pokphand Indonesia Tbk	CPIN	Telekomunikasi Indonesia Tbk	TLKM
Gudang Garam Tbk	GGRM	United Tractors Tbk	UNTR
Indofood Sukses Makmur Tbk	ICBP	Unilever Indonesia Tbk	UNVR
Indofood Sukses Makmur Tbk	INDF	Wijaya Karya Tbk	WIKA

Return saham dihitung menggunakan harga penutupan harian saham, dan 5 saham dengan rata-rata *return* positif tertinggi dipilih untuk menyusun model portofolio FMAD. Pada artikel ini dibentuk 3 contoh portofolio dengan batasan bobot investasi maksimal 50%, 40%, dan 30%. Metode Mehar digunakan untuk mentransformasi model FMAD ke model PL. Solusi model PL ditentukan dengan algoritma genetika dengan *roulette wheel selection* untuk menentukan induk dari individu, dan *gene mutation* untuk menghasilkan individu baru.

Himpunan Fuzzy

Konsep himpunan *fuzzy* digunakan dalam pembentukan model FMAD. Beberapa definisi yang digunakan dalam artikel ini adalah sebagai berikut:

Definisi 1.

Misalkan X himpunan semesta dan \tilde{A} adalah himpunan fuzzy dari X . Jika terdapat fungsi karakteristik $\mu_{\tilde{A}}(x)$ untuk $x \in X$ yang dinyatakan dengan bilangan real di dalam interval $[0,1]$ maka $\mu_{\tilde{A}}(x)$ disebut fungsi keanggotaan \tilde{A} , dengan $\mu_{\tilde{A}}(x)$ menyatakan nilai keanggotaan x di dalam \tilde{A} . Suatu himpunan fuzzy \tilde{A} di X dapat didefinisikan sebagai berikut [9],

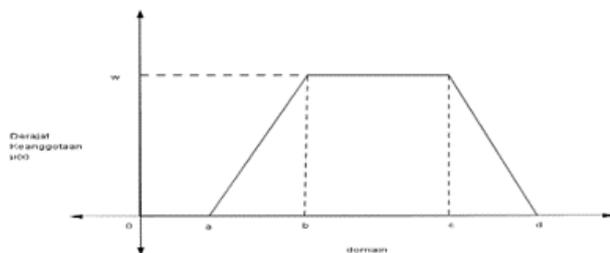
$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in X\} \tag{1}$$

Definisi 2.

Suatu bilangan fuzzy $\tilde{A} = (a, b, c, d)$ disebut bilangan fuzzy trapesium jika fungsi keanggotaan diberikan oleh [10]:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{(x-a)}{(b-a)}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{(x-d)}{(c-d)}, & c \leq x \leq d \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases} \tag{2}$$

Bilangan fuzzy trapesium $\tilde{A} = (a, b, c, d)$ ditunjukkan oleh Gambar 1.



Gambar 1. Fungsi keanggotaan bilangan fuzzy trapesium

Dalam bilangan fuzzy juga berlaku operasi bilangan dengan definisi sebagai berikut,

Definisi 3.

Untuk $\tilde{A} = (a_1, b_1, c_1, d_1)$, $\tilde{B} = (a_2, b_2, c_2, d_2)$ adalah dua bilangan fuzzy trapesium, operasi aritmatika pada \tilde{A} dan \tilde{B} sebagai berikut [11],

- (i) $\tilde{A} \oplus \tilde{B} = (a_1, b_1, c_1, d_1) \oplus (a_2, b_2, c_2, d_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2, d_1 + d_2)$
- (ii) $\tilde{A} \ominus \tilde{B} = (a_1, b_1, c_1, d_1) \ominus (a_2, b_2, c_2, d_2) = (a_1 - d_2, b_1 - c_2, c_1 - b_2, d_1 - a_2)$
- (iii) $\tilde{A} \otimes \tilde{B} = (a_1, b_1, c_1, d_1) \otimes (a_2, b_2, c_2, d_2) = (a', b', c', d')$ dengan $a' = \min(a_1 a_2, a_1 d_2, a_2 d_1, d_1 d_2)$, $b' = \min(b_1 b_2, b_1 c_2, c_1 b_2, c_1 c_2)$, $c' = \max(b_1 b_2, b_1 c_2, c_1 b_2, c_1 c_2)$, $d' = \max(a_1 a_2, a_1 d_2, a_2 d_1, d_1 d_2)$

Ranking Function

Ranking function adalah fungsi $\mathfrak{R}: F(\mathfrak{R}) \rightarrow \mathfrak{R}$ yang memetakan setiap bilangan fuzzy pada sebuah bilangan real (Alkanani & Adnan, 2014). Ranking function digunakan untuk membandingkan dua bilangan fuzzy.

Definisi 4.

Untuk \tilde{A} dan \tilde{B} adalah bilangan fuzzy trapesium di dalam $F(\mathfrak{R})$, didefinisikan urutan dari $F(\mathfrak{R})$ adalah sebagai berikut [12],

$$\begin{aligned} \tilde{A} \succeq \tilde{B} &\implies (\mathfrak{R})\tilde{A} \geq (\mathfrak{R})\tilde{B} \\ \tilde{A} > \tilde{B} &\implies (\mathfrak{R})\tilde{A} > (\mathfrak{R})\tilde{B} \\ \tilde{A} \approx \tilde{B} &\implies (\mathfrak{R})\tilde{A} = (\mathfrak{R})\tilde{B} \end{aligned} \tag{3}$$

dimana \tilde{A} dan \tilde{B} ada pada $F(\mathfrak{R})$ dan juga dapat dituliskan $\tilde{A} \preceq \tilde{B}$ jika $\tilde{B} \succeq \tilde{A}$. Kemudian untuk setiap ranking function linear berlaku $\tilde{A} \succeq \tilde{B}$ jika dan hanya jika $\tilde{A} - \tilde{B} \succeq \tilde{0}$, atau jika dan hanya jika $-\tilde{B} \succeq -\tilde{A}$. Dan juga jika $\tilde{A} \succeq \tilde{B}$ dan $\tilde{C} \succeq \tilde{D}$ maka $\tilde{A} + \tilde{C} \succeq \tilde{B} + \tilde{D}$.

Definisi ranking function yang digunakan dalam artikel ini adalah,

Definisi 5.

ranking function adalah fungsi $\mathfrak{R}: F(\mathfrak{R}) \rightarrow \mathfrak{R}$ yang memetakan bilangan-bilangan fuzzy trapesium ke bilangan real [10]. Untuk bilangan fuzzy trapesium $\tilde{A} = (a, b, c, d)$,

$$\mathfrak{R}(\tilde{A}) = \left[\frac{a+b+c+d}{4} \right] \tag{4}$$

Dan operasi dalam ranking function dijelaskan oleh teorema berikut,

Teorema 1.

Diberikan $\tilde{A} = (a_1, b_1, c_1, d_1)$ dan $\tilde{B} = (a_2, b_2, c_2, d_2) \in F(\mathfrak{R})$, maka [13].

$$\mathfrak{R}(\tilde{A} \oplus \tilde{B}) = \mathfrak{R}(\tilde{A}) + \mathfrak{R}(\tilde{B}) \tag{5}$$

Bukti.

$$\begin{aligned} (\tilde{A} \oplus \tilde{B}) &= (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2, d_1 + d_2) \\ \text{maka} \\ \mathfrak{R}(\tilde{A} \oplus \tilde{B}) &= \mathfrak{R}(a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2, d_1 + d_2) \\ &= \frac{a_1 + a_2 + b_1 + b_2 + c_1 + c_2 + d_1 + d_2}{4} \end{aligned}$$

$$= \frac{a_1 + b_1 + c_1 + d_1}{4} + \frac{a_2 + b_2 + c_2 + d_2}{4}$$

$$= \mathfrak{R}(\tilde{A}) + \mathfrak{R}(\tilde{B})$$

Adapun penentuan parameter-parameter dari fungsi keanggotaan *fuzzy* pada artikel ini menggunakan *fuzzy distribution*.

Fuzzy Distribution

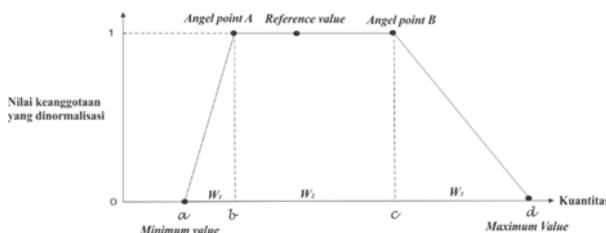
Fuzzy distribution terdiri dari nilai-nilai yang terdefiniskan dari runtun waktu berikut [14] dengan,

$$a = \text{minimum value}$$

$$b = \text{angle point A} = \frac{\text{minimum value} + \text{mean value}}{2}$$

$$c = \text{angle point B} = \frac{\text{mean value} + \text{maximum value}}{2}$$

$$d = \text{maximum value}$$



Gambar 2. *Fuzzy distribution*

Pada Gambar 2, nilai titik berat dinyatakan sebagai *reference value*. *Reference value* ekuivalen dengan *mean value* dari himpunan data yang diproses [14].

Model Portofolio Mean Absolute Deviation (MAD)

Model portofolio MAD dapat dituliskan sebagai berikut,

Meminimalkan

$$\sigma_p = \sum_{i=1}^n a_i x_i = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n \quad (6)$$

dengan kendala

$$\sum_{i=1}^n \bar{r}_i x_i \geq R$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$0 \leq x_i \leq u_i, \text{ dengan } i = 1, 2, \dots, n$$

dan

- a_i : nilai risiko saham ke-i
- x_i : bobot investasi saham ke-i
- σ_p : risiko portofolio MAD
- R : nilai *return* minimal
- u_i : bobot investasi maksimal saham ke-i

serta

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{r}_i}{n} \quad (7)$$

$$a_i = \sum_{t=1}^T \frac{a_{i(t)}}{T} \quad (8)$$

$$a_{i(t)} = |r_{i(t)} - \bar{r}_i| \quad (9)$$

dengan

- $a_{i(t)}$: nilai risiko saham ke-i periode ke-t
- $r_{i(t)}$: *realized return* saham ke-i pada periode ke- t
- \bar{r}_i : *expected return* saham ke-i menggunakan *mean* geometri
- T : banyaknya periode

Model Portofolio Fuzzy Mean Absolute Deviation (MAD)

Model portofolio FMAD dapat dituliskan sebagai berikut,

Meminimalkan $\tilde{\sigma}_p \approx \sum_{i=1}^n \tilde{a}_i \otimes \tilde{x}_i$ dengan kendala,

$$\sum_{i=1}^n \tilde{a}_i \otimes \tilde{x}_i \gtrsim \tilde{R}$$

$$\sum_{i=1}^n \tilde{x}_i \approx \tilde{1}$$

$$\tilde{0} \lesssim \tilde{x}_i \lesssim \tilde{u}_i$$

Model portofolio FMAD yang terbentuk ditransformasi dengan metode Mehar pada Teorema 1 dan *ranking function* sebagai berikut,

Meminimalkan $\mathfrak{R}(\tilde{\sigma}_p)$
dengan kendala,

$$\mathfrak{R}(\sum_{i=1}^n \tilde{a}_i \otimes \tilde{x}_i) \geq \mathfrak{R}(\tilde{R})$$

$$\mathfrak{R}(\sum_{i=1}^n \tilde{x}_i) = \mathfrak{R}(\tilde{1})$$

$$\mathfrak{R}(\tilde{0}) \leq \mathfrak{R}(\tilde{x}_i) \leq \mathfrak{R}(\tilde{u}_i)$$

Algoritma Genetika

Proses evolusi biologis menjadi konsep dasar dari algoritma genetika dalam menentukan solusi optimal dari suatu masalah. Solusi optimal adalah individu terbaik yang kuat dan mampu bertahan dalam proses evolusi. Individu terbaik diperoleh melalui proses seleksi, *crossover*, dan mutasi. Langkah-langkah algoritma genetika adalah sebagai berikut, (i) pengkodean gen, (ii) inialisasi populasi, (iii) evaluasi nilai *fitness*, (iv) elitism, (v) seleksi individu, (vi) pindah silang, (vii) mutasi, (viii) pembentukan populasi baru.

Hasil dan Pembahasan

Proses pembentukan model portofolio FMAD bilangan *fuzzy* trapesium diawali dengan

menghitung nilai *realized return fuzzy, expected return fuzzy, return minimal fuzzy*, serta nilai risiko *fuzzy* saham menggunakan *fuzzy distribution*. Bilangan *fuzzy* trapesium dipilih mengingat karakteristiknya yang dekat bentuk distribusi normal dari *return* saham. Adapun lima saham terpilih yaitu Pakuwon Jati Tbk (PWON), Global Mediacom Tbk (BMTR), Adaro Energy Tbk (ADRO), Perusahaan Gas Negara (PGAS), dan Media Nusantara Citra Tbk (MNCN).

Fungsi tujuan model portofolio FMAD pada artikel ini yaitu meminimalkan risiko portofolio *fuzzy* ($\tilde{\sigma}_p$) yang diperoleh dari jumlahan perkalian antara nilai risiko saham (\tilde{a}_i) dengan bobot investasi *fuzzy* (\tilde{x}_i) masing-masing saham. Pada artikel ini penulis membuat 3 contoh portofolio FMAD dengan batasan bobot investasi maksimal 50%, 40%, dan 30% untuk setiap saham pada portofolio I, II, dan III berturut-turut. x_1, x_2, x_3, x_4 , dan x_5 adalah berturut-turut bobot investasi pada saham Pakuwon Jati Tbk (PWON), Global Mediacom Tbk (BMTR), Adaro Energy Tbk (ADRO), Perusahaan Gas Negara (PGAS), dan Media Nusantara Citra Tbk (MNCN) Diperoleh model portofolio FMAD sebagai berikut,

Meminimalkan

$$\begin{aligned} &(0; 0.009393; 0.095474; 0.172161) \otimes (x_1, x_1, x_1, x_1) \\ &\oplus \\ &(0; 0.009650; 0.090575; 0.161850) \otimes (x_2, x_2, x_2, x_2) \\ &\oplus \\ &(0; 0.010773; 0.085667; 0.149789) \otimes (x_3, x_3, x_3, x_3) \\ &\oplus \\ &(0; 0.007802; 0.090508; 0.165414) \otimes (x_4, x_4, x_4, x_4) \\ &\oplus \\ &(0; 0.009377; 0.078732; 0.138710) \otimes (x_5, x_5, x_5, x_5) \end{aligned}$$

Dengan kendala pertama (10)

$$\begin{aligned} &(-0.100775; -0.049910; 0.086558; 0.172161) \otimes \\ &(x_1, x_1, x_1, x_1) \oplus \\ &(-0.1; -0.050729; 0.080196; 0.161850) \otimes \\ &(x_2, x_2, x_2, x_2) \oplus \\ &(-0.092857; -0.046144; 0.075179; 0.149789) \otimes \\ &(x_3, x_3, x_3, x_3) \oplus \\ &(-0.114286; -0.057470; 0.082380; 0.165414) \otimes \\ &(x_4, x_4, x_4, x_4) \oplus \\ &(-0.088785; -0.044653; 0.069094; 0.138710) \otimes \\ &(x_5, x_5, x_5, x_5) \succeq \\ &(0.021786; 0.021786; 0.021786; 0.021786) \end{aligned}$$

Kendala kedua

$$\begin{aligned} &(x_1, x_1, x_1, x_1) \oplus (x_2, x_2, x_2, x_2) \oplus (x_3, x_3, x_3, x_3) \\ &\oplus (x_4, x_4, x_4, x_4) \oplus (x_5, x_5, x_5, x_5) \\ &\approx (1,1,1,1) \end{aligned}$$

Kendala ketiga

Untuk Portofolio I

$$\begin{aligned} &(0, 0, 0, 0) \preceq (x_i, x_i, x_i, x_i) \\ &\preceq (0.5; 0.5; 0.5; 0.5); \text{ dengan } i \\ &= 1,2,3,4,5 \end{aligned}$$

Untuk Portofolio II

$$\begin{aligned} &(0, 0, 0, 0) \preceq (x_i, x_i, x_i, x_i) \\ &\preceq (0.4; 0.4; 0.4; 0.4); \text{ dengan } i \\ &= 1,2,3,4,5 \end{aligned}$$

Untuk Portofolio III

$$\begin{aligned} &(0, 0, 0, 0) \preceq (x_i, x_i, x_i, x_i) \\ &\preceq (0.3; 0.3; 0.3; 0.3); \text{ dengan } i \\ &= 1,2,3,4,5 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan metode Mehar pada Teorema 1 dan *ranking function* pada Definisi 5, model (10) dapat ditransformasi sebagai berikut:

Meminimalkan

$$\begin{aligned} &0.069257x_1 + 0.065518x_2 + 0.061557x_3 \\ &\quad + 0.065931x_4 + 0.056705x_5 \\ &\text{Dengan kendala pertama} \quad (11) \\ &0.027009x_1 + 0.022829x_2 + 0.021492x_3 + \\ &0.019010x_4 + 0.018592x_5 \geq 0.021786 \end{aligned}$$

Kendala kedua

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1$$

Kendala ketiga

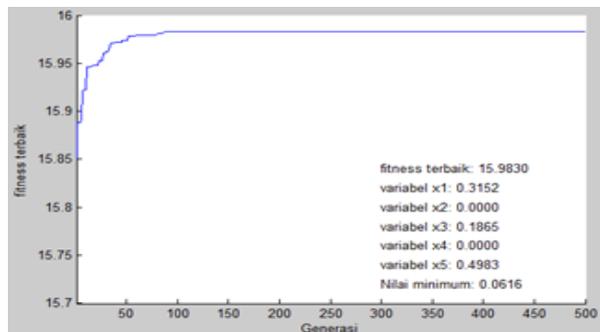
Untuk Portofolio I, $0 \leq x_i \leq 0.5$; dengan $i = 1,2,3,4,5$

Untuk Portofolio II, $0 \leq x_i \leq 0.4$; dengan $i = 1,2,3,4,5$

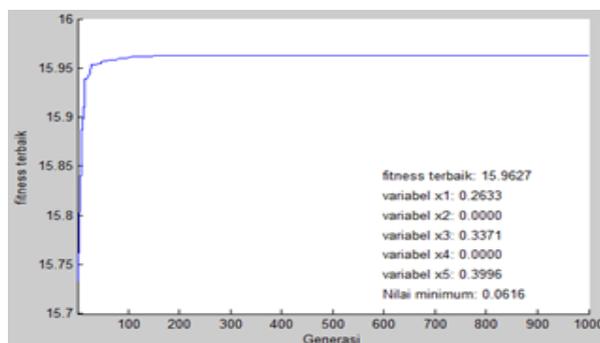
Untuk Portofolio III, $0 \leq x_i \leq 0.3$; dengan $i = 1,2,3,4,5$

Model portofolio PL yang terbentuk diselesaikan dengan algoritma genetika. Proses ini dimulai dengan menentukan skema pengkodean gen dengan *binary encoding*, membangkitkan populasi awal, menghitung nilai *fitness* individu, menentukan induk dari individu dengan *roulette wheel selection*, melakukan prosedur *one point-crossover*, menghasilkan individu baru dengan *gene mutation*, menyusun populasi baru sampai memperoleh individu dengan nilai *fitness* yang optimal. Tujuan optimasi ini mencari bobot portofolio dengan risiko minimal atau ekuivalen dengan nilai *fitness* yang maksimal yaitu $f = \frac{1}{\Re(\tilde{\sigma}_p) + \alpha}$ dengan $\alpha = 0,001$. Rangkuman hasil percobaan dengan nilai *fitness* terbaik dari algoritma genetika diberikan pada Tabel 2 dan

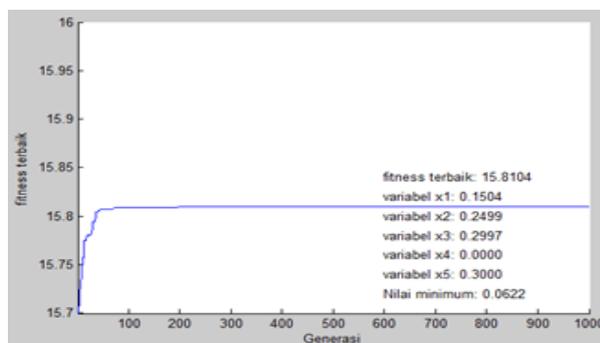
nilai *fitness* untuk masing-masing portofolio diberikan pada Gambar 3, 4, dan 5. Dari 3 portofolio yang tersusun dipilih satu portofolio terbaik berdasarkan kriteria *indeks sharpe* tertinggi. Dari Tabel 3 terlihat bahwa portofolio I memiliki *indeks sharpe* terbaik.



Gambar 3. Nilai *fitness* untuk portofolio I



Gambar 4. Nilai *fitness* untuk portofolio II



Gambar 5. Nilai *fitness* untuk portofolio III

Tabel 1. Indeks sharpe portofolio

Portofolio	Indeks Sharpe
I	0,354
II	0,353
III	0,349

Tabel 2. Solusi model FMAD dengan algoritma genetika

Portofolio	Ukuran Populasi/Jumlah Iterasi	X1	X2	X3	X4	X5	Nilai Return Portofolio
I	500/500	0,3	0	0,2	0	0,5	0,02
II	200/1000	0,3	0	0,3	0	0,4	0,02
III	500/500	0,2	0,2	0,3	0	0,3	0,02

Dibandingkan juga portofolio I model FMAD dengan portofolio model MAD. Diperoleh hasil portofolio FMAD memiliki *indeks sharpe* sebesar 0,354 yang lebih tinggi dibandingkan *indeks sharpe* portofolio MAD sebesar 0,038 atau dengan kata lain portofolio FMAD lebih optimal dibanding portofolio MAD.

Kesimpulan

Proses pembentukan model portofolio FMAD bilangan *fuzzy* trapesium diawali dengan menghitung nilai *realized* return *fuzzy*, *expected return fuzzy*, *return* minimal *fuzzy*, serta nilai risiko *fuzzy* saham. Model FMAD ditransformasi menggunakan metode Mehar yang diselesaikan dengan algoritma genetika. Penyelesaian yang dihasilkan oleh algoritma ini belum tentu merupakan solusi eksak optimal, namun algoritma genetika menghasilkan solusi yang lebih optimal pada setiap generasinya yang terlihat dari nilai *fitness* tiap generasi. Ilustrasi numerik 3 portofolio saham dengan *return* berdistribusi normal, rata-rata *return* positif, dan konsisten berada dalam indeks harga saham LQ45 selama 3 tahun memberikan *indeks sharpe* tertinggi sebesar 0,354 yang lebih baik daripada portofolio model MAD.

Penelitian lanjutan dapat dilakukan pada saham dengan *return* yang tidak berdistribusi normal dan fungsi keanggotaan *fuzzy* sesuai karakteristik distribusi *return* saham. Penggunaan teknik seleksi lain seperti *roulette wheel* dan penggunaan *shift mutation* pada algoritma genetika dapat dilakukan untuk meningkatkan kecepatan konvergensi.

Ucapan Terima Kasih

Kami berterima kasih kepada semua civitas akademika Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta yang telah mendukung penelitian ini.

Daftar Pustaka

- [1] Kusumawati, R., & Subekti, R. (2017). *Fuzzy bi-objective linear programming for portfolio selection problem with magnitude ranking function*. Mathematics Education Department Yogyakarta State University.
- [2] Qin, Z., Wen, M., & Gu, C. (2011). Mean-absolute deviation portfolio selection model with fuzzy returns. *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, 8(4), 61-75.
- [3] Subekti, R., & Kusumawati, R. (2015). *Portfolio selection in indonesia stock market with fuzzy bi-objective linear programming*. Mathematics Education Department, Yogyakarta State University.
- [4] Rommerfanger H. (2011). Fuzzy linear programming and applications. *European Journal Operational Research*, 1(1), 512-527.
- [5] Sidhu, S. K., Kumar, A., & Appadoo, S. S. (2014). Mehar methods for fuzzy optimal solution and sensitivity analysis of fuzzy linear programming with symmetric trapezoidal fuzzy number. *Mathematical Problem in Engineering*, 2(2), 1-8.
- [6] Mahmudy, W. F. (2013). *Algoritma evolusi*. Universitas Brawijaya: Program Teknologi Informasi dan Ilmu Komputer.
- [7] Mulyadi, E. B. (2011). *Optimasi alokasi portofolio saham pada pasar modal Indonesia menggunakan algoritma genetika*. Sekolah Pasca Sarjana Institut Pertanian Bogor.
- [8] Samaher & Mahmudy, W. F. (2015). Penerapan algoritma genetika untuk memaksimalkan laba produksi jilbab. *Journal of Environmental Engineering & Sustainable Technology*, 2(1), 6-11.
- [9] Sakawa, M. (1993). *Fuzzy sets and interactive multiobjective optimization*. Plenum Press.
- [10] Kumar, A., Singh, P., Kaur, A., & Kaur, P. (2010). Ranking of generalized trapezoidal fuzzy numbers based on rank, mode, divergence and spread. *Turkish Journal of Fuzzy Systems*, 1(2), 141-152.
- [11] Kumar, A., Singh, P., & Kaur, J. (2010). Generalized simplex algorithm to solve fuzzy linear programming problems with ranking of generalized fuzzy numbers. *Turkish Journal of fuzzy systems*, 1(2), 80-103.
- [12] Mahdavi-Amiri, N., Nasseri, S. H., & Yazdani, A. (2009). Fuzzy primal simplex algorithms for solving fuzzy linear programming problems. *Iranian Journal of Operations Research*, 7(1), 68-84.
- [13] Hatami, A., & Kazemipoor, H. (2014). Solving fully fuzzy linear programming with symmetric trapezoidal fuzzy number using Mehar's method. *International Journal of Research in Industrial Engineering*, 4(2), 463-470.
- [14] Frantti, T. (2001). *Timing of fuzzy membership function from data*. Engineering: Department of Process and Environmental University of Oulu.
- [15] Alkanani, I. H., & Adnan, F. A. (2014). Ranking function methods for solving fuzzy linear programming problems. *Mathematical Theory and Modeling*, 4(4), 65-72.

PEMISAHAN ION LOGAM BESI DAN MANGAN PADA AIR SUMUR (DALAM) WONOBOYO MENGGUNAKAN METODE KOLOM ADSORPSI

SEPARATION OF IRON AND MANGANESE METAL IONS IN WONOBOYO (DEEP) WELL WATER USING ADSORPTION COLUMN METHOD

Sunarto*, Suyanta, Regina Tutik Padmaningrum, Isana Supiah YL, Karlinda

Jurusan Pendidikan Kimia, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta 55281, Indonesia

*email korespondensi: sunarto@uny.ac.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk memisahkan ion logam besi dan mangan pada air sumur (dalam) menggunakan metode adsorpsi kolom. Berdasarkan penelitian, diketahui efektivitas metode adsorpsi kolom untuk penurunan kadar logam besi dan mangan pada air sumur, efisiensi waktu penjerapan terhadap ion logam besi dan mangan, serta kondisi air sumur sebelum dan sesudah adsorpsi. Penelitian dilakukan pada air sumur (dalam) Wonoboyo, Kecamatan Jogonalan, Kabupaten Klaten. Proses adsorpsi menggunakan kolom berisi zeolit dan karbon aktif sebagai adsorben. Pada penelitian ini efektivitas pemisahan logam besi dan mangan dari air sumur (dalam) diketahui dari nilai efisiensi penjerapannya. Analisis logam besi dan mangan dilakukan dengan Spektrofotometri Serapan Atom (AAS). Selain itu juga dilakukan uji parameter air yaitu pH dan TDS. Hasil penelitian menunjukkan bahwa semakin lama proses adsorpsi, maka efektivitas adsorben zeolit dan arang aktif dalam menurunkan kadar Fe dan Mn meningkat. Efisiensi penjerapan cukup tinggi dengan rata-rata 97,50% untuk Fe dan 98,33% untuk Mn. Air yang sebelumnya keruh menjadi jernih dengan pH dan TDS yang semakin kecil, sehingga air lebih aman dikonsumsi karena semakin jauh dari nilai ambang batas yang ditetapkan dalam SNI dan permenkes RI N0.492/MENKES/PER/IV/2010.

Kata kunci: air sumur dalam, adsorpsi kolom, besi, mangan, karbon aktif, zeolit, efektivitas adsorpsi

Abstract

This study aims to separate iron and manganese metal ions in (deep) well water using column adsorption method. Based on the research the effectiveness of the column adsorption method for reducing iron and manganese levels in well water, the efficiency of adsorption time on iron and manganese metal ions, and the condition of well water before and after adsorption will be known. The research was conducted on (deep) wells water in Wonoboyo, Jogonalan Subdistrict, Klaten Regency. The adsorption process uses a column containing zeolite and activated carbon as adsorbents. In this study, the effectiveness of the separation of iron and manganese from (deep) well water is known from the value of adsorption efficiency. The analysis of iron and manganese was carried out by Atomic Absorption Spectrophotometry (AAS). In addition, water parameters were tested, namely pH and TDS. The results show that the longer the adsorption process, the effectiveness of the adsorbent of zeolite and activated charcoal in reducing Fe and Mn levels is increased. The adsorption efficiency is quite high with an average of 97.50% for Fe and 98.33% for Mn. Water that was previously cloudy becomes clear with a lower pH and TDS, so the water is safer for consumption because it is further away from the stipulated threshold in SNI and the guidance from Ministry of Health of Republic of Indonesia N0.492/MENKES/PER/IV/2010.

Keywords: deep well water, column adsorption, iron, manganese, activated carbon, zeolite, adsorption effectiveness

Pendahuluan

Air penting untuk kelangsungan hidup. Air yang diperlukan oleh makhluk hidup adalah air yang memenuhi syarat fisika, kimia, dan mikrobiologis. Persyaratan air secara fisika adalah tidak berbau, tidak berwarna, dan tidak berasa. Syarat mikrobiologi air adalah tidak mengandung bakteri *Escherichia coli* dan *coliform*. Syarat kimiawi air adalah tidak terdapat zat kimia seperti arsen (As), besi (Fe), klorida (Cl) dan kesadahan berupa CaCO_3 [1,2]. Air tanah berperan penting dalam kehidupan manusia, yaitu sebagai air bersih, irigasi, dan industri.

Salah satu sumber air tanah yaitu air sumur dalam. Sumur dalam dibuat dengan cara mengebor tanah dengan kedalaman ratusan meter [3]. Di Desa Wonoboyo, Kecamatan Jogonalan, Kabupaten Klaten, masyarakat menggunakan sumur dalam sebagai sumber air untuk kehidupan sehari-hari, namun terjadi perubahan fisik dari air, seperti warna air yang kuning-kecoklatan, keruh, dan berbau tajam. Kualitas air sumur tersebut terindikasi mengandung ion logam berat seperti ion logam besi dan mangan yang melebihi kadar. Kadar besi dalam air minum maksimum yang diperbolehkan adalah 0,3 mg/L dan mangan 0,1 mg/L [4,5].

Beberapa metode konvensional untuk menghilangkan logam berat dari perairan yang telah dilakukan antara lain seperti presipitasi, ekstraksi pelarut, pengapungan, ultra-filtrasi, elektrokoagulan, *reverse osmosis*, pertukaran ion, elektrodialisis, proses membran, penguapan, dan pengolahan secara biologis. Sebagian besar metode ini memiliki kelemahan seperti biaya tinggi, menghasilkan limbah beracun, efisiensi rendah, dan membutuhkan energi dan tempat luas [6,7]. Salah satu metode yang banyak digunakan dan efektif untuk menghilangkan logam berat dari perairan yaitu metode adsorpsi [8].

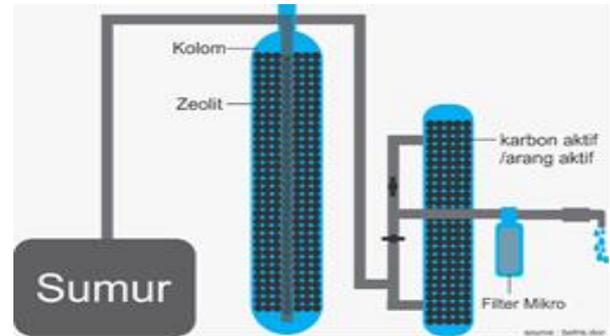
Adsorpsi merupakan metode yang ekonomis dan efektif untuk menghilangkan kandungan logam karena biaya yang relatif murah, dapat diregenerasi, dan relatif sederhana [9]. Karbon aktif dan zeolit alam berpotensi sebagai adsorben. Zeolit alam keberadaannya melimpah, memiliki kapasitas pertukaran ion yang tinggi, murah, selektifitas tinggi, serta stabil. Air tanah yang dilewatkan pada kolom gelas berisi zeolit dapat menurunkan kadar Fe sampai 55% [10]. Berdasarkan hal tersebut, dilakukan penelitian pemisahan ion logam besi dan mangan pada air sumur (dalam) Wonoboyo, Jogonalan, Klaten menggunakan metode kolom adsorpsi dengan adsorben berupa arang aktif dan zeolite.

Metode Penelitian

Subyek penelitian ini adalah sistem adsorpsi kolom yang meliputi ion logam besi dan mangan. Objeknya adalah efektivitas pemisahan logam besi dan mangan dalam air sumur (dalam) desa Wonoboyo. Alat yang digunakan yaitu set kolom adsorpsi yang terbuat dari bahan PVC setinggi 150 cm dan diameter 80 cm untuk kolom yang berisi zeolit alam dan setinggi 120 cm dan diameter 50 cm untuk kolom yang berisi arang aktif, ember, mesin pompa air, pH meter, TDS meter, Spektrofotometer Serapan atom Shimadzu AA-7000, pipet volume, neraca, dan labu ukur. Bahannya yaitu sampel air sumur (dalam) Desa Wonoboyo, Kecamatan Jogonalan, Kabupaten Klaten, zeolit alam, karbon aktif, dan akuades.

Langkah awal penelitian ini menentukan uji awal sampel air sumur, yaitu mengambil air sumur sebelum proses adsorpsi, mengukur pH dan TDS, serta menentukan kadar besi dan mangan dengan AAS. Selanjutnya, melakukan proses adsorpsi air sumur (dalam), dimulai dengan mengalirkan air sumur menggunakan pompa air. Air sumur mengalir melewati kolom pertama yang berisi zeolit alam, kemudian menuju kolom kedua yang

berisi karbon aktif menuju lampu UV dan keluar melewati kran, kemudian ditampung pada sebuah kolam (Gambar 1).



Gambar 1. Skema alat penelitian

Air yang dihasilkan dari proses adsorpsi ditampung menggunakan drigen untuk dianalisis (melakukan uji pH dan TDS, mengukur serapan besi dan mangan dengan AAS). Pengambilan sampel dilakukan sekali dalam sepekan selama satu bulan, dan melakukan pengujian serupa pada masa adsorpsi hari ke-7, 14, 21, 28, dan 35. Data hasil AAS dianalisis dan dihitung efisiensi adsorpsinya (%). Perhitungan efisiensi adsorpsi untuk penurunan besi dan mangan dalam air sumur menggunakan persamaan (1),

$$E_p = \frac{C_0 - C_1}{C_0} \times 100\% \quad (1)$$

Keterangan pada persamaan (1) yaitu E_p merupakan efisiensi penjerapan (%), C_0 merupakan konsentrasi logam awal (ppm), dan C_1 merupakan konsentrasi logam setelah proses adsorpsi (ppm).

Hasil dan Pembahasan

Penelitian ini menggunakan satu set alat kolom adsorpsi dengan adsorben zeolit alam dan arang aktif (Gambar 2). Rangkaian kolom dibuat dalam skala lapangan dan dipasang di Desa Wonoboyo, Jogonalan, Klaten.



Gambar 2. Rangkaian kolom adsorpsi

Hasil Uji pH

Hasil pengujian pH pada air sumur (dalam) sebelum dan sesudah proses adsorpsi dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Data hasil uji parameter pH

Hari ke-n (Lama Pemakaian)	Hasil pH	
	Sebelum Adsorpsi	Sesudah Adsorpsi
Hari ke-1	7,1	7,4
Hari ke-7	7,1	7,4
Hari ke-14	7,1	7,5
Hari ke-21	7,1	7,5
Hari ke-28	7,1	7,5
Hari ke-35	7,1	7,6

Tabel 1 menunjukkan pH sampel air sumur mengalami kenaikan setelah air melewati kolom adsorpsi meskipun tidak signifikan. Selama penerapan proses adsorpsi, rerata pH adalah 7,48. Berdasarkan persyaratan air minum, kadar maksimum pH adalah 6,5-8,5 [3], sehingga pH air hasil adsorpsi ini memenuhi standar konsumsi.

Hasil Uji TDS

Hasil pengujian TDS pada air sumur (dalam) sebelum dan sesudah proses adsorpsi dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Data hasil uji parameter TDS

Hari ke-n (Lama Pemakaian)	Hasil TDS	
	Sebelum Adsorpsi	Sesudah Adsorpsi
Hari ke-1	171	162
Hari ke-7	171	157
Hari ke-14	171	152
Hari ke-21	171	152
Hari ke-28	171	148
Hari ke-35	171	146

Tabel 2 menunjukkan TDS sampel air sumur mengalami penurunan setelah air melewati kolom adsorpsi. Penurunan nilai TDS akan meningkatkan kualitas air. Semakin kecil kandungan zat padat terlarutnya, maka semakin baik air dikonsumsi. Berdasarkan baku mutu air minum untuk parameter TDS adalah 500 mg/L [3], sehingga air hasil adsorpsi telah memenuhi standar dan aman untuk dikonsumsi.

Hasil Uji Kandungan Besi dan Mangan

Proses adsorpsi air sumur (dalam) dilakukan selama 35 hari dengan pengambilan dan pengujian sampel sekali dalam seminggu secara berkala,

kemudian dianalisis konsentrasi logam besi dan mangan dengan AAS. Sampel air sumur yang diuji dilakukan penambahan HNO_3 untuk mengurangi matrik pengganggu. Hasil pengujian kadar besi dan mangan dalam air sumur sebelum dan setelah adsorpsi dapat dilihat pada Tabel 3 dan Tabel 4.

Tabel 3. Hasil uji konsentrasi besi dalam sampel air sumur

Hari ke-n (Lama Pemakaian)	Konsentrasi Besi		Efisiensi (%)
	Sebelum Adsorpsi (mg/L)	Sesudah Adsorpsi (mg/L)	
Hari ke-1	0,0640	<0,0016	97,50
Hari ke-7	0,0640	<0,0016	97,50
Hari ke-14	0,0640	<0,0016	97,50
Hari ke-21	0,0640	<0,0016	97,50
Hari ke-28	0,0640	<0,0016	97,50
Hari ke-35	0,0640	<0,0016	97,50

Tabel 4. Hasil uji konsentrasi mangan dalam sampel air sumur

Hari ke-n (Lama Pemakaian)	Konsentrasi Mangan		Efisiensi (%)
	Sebelum Adsorpsi (mg/L)	Sesudah Adsorpsi (mg/L)	
Hari ke-1	1,5957	0,0757	95,26
Hari ke-7	1,5957	0,0577	96,38
Hari ke-14	1,5957	<0,0016	99,90
Hari ke-21	1,5957	<0,0016	99,90
Hari ke-28	1,5957	<0,0016	99,90
Hari ke-35	1,5957	0,0217	98,64

Hasil analisis kandungan besi dalam air sumur sebelum melewati kolom adsorpsi adalah 0,0640 ppm dan mangan 1,5957 ppm. Setelah sampel air sumur dilewatkan pada kolom adsorpsi pada masa penggunaan hari ke-1 sampai hari ke-35 dan dilakukan uji setiap satu minggu sekali selama satu setengah bulan secara teratur, kandungan besi menjadi kurang dari 0,0016 ppm pada penggunaan hari ke-1, ke-7, ke-14, ke-21, ke-28, dan hari ke-35. Sedangkan kandungan mangan setelah proses adsorpsi menjadi 0,0757 ppm pada penggunaan hari ke-1; 0,0577 ppm pada penggunaan hari ke-7; <0,0016 ppm pada penggunaan hari ke-14, hari ke-21 dan hari ke-28; serta 0,0217 ppm pada penggunaan hari ke-35.

Analisis kandungan besi dan mangan awal menunjukkan air sumur (dalam) Desa Wonoboyo, Jogonalam, Klaten masih di bawah ambang batas yaitu 0,3 ppm untuk besi dan 0,4 ppm untuk mangan [3]. Penelitian ini tetap dijalankan untuk mengetahui apakah alat kolom adsorpsi menggunakan adsorben zeolit alam dan arang aktif efektif untuk menurunkan kandungan logam besi dan mangan dalam air sumur tersebut.

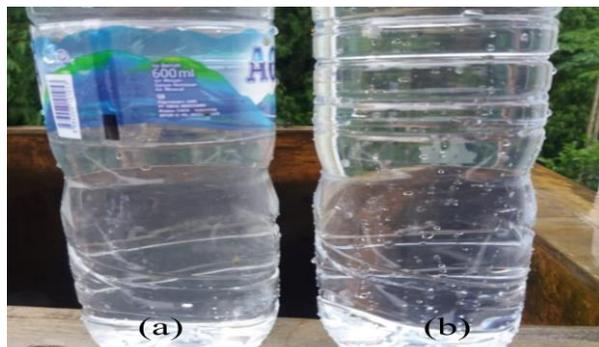
Efektivitas Metode Adsorpsi Kolom dan Efisiensi Waktu Penjerapan

Berdasarkan data, nilai efisiensi menunjukkan daya jerap adsorben terhadap logam besi pada masa pemakaian hari ke-1 hingga hari ke-35 dapat menurunkan logam besi 97,50%. Penurunan kadar logam besi cukup stabil. Daya jerap adsorben terhadap logam mangan, pada masa pemakaian hari ke-1 dapat menurunkan logam mangan 95,26%, hari ke-7 96,38%, hari ke-14, hari ke-21, dan hari ke-28 sebesar 99,90%, dan pada masa pemakaian hari ke-35 sebesar 98,64%. Dari nilai efisiensi menunjukkan daya jerap adsorben terhadap logam mangan dari masa pemakaian hari ke-1 hingga hari ke-28 semakin meningkat. Namun mengalami penurunan daya jerap pada hari ke-35.

Hal ini disebabkan adsorben yang digunakan dalam waktu lama membuat permukaan adsorben menjadi jenuh, sehingga perlu mencuci balik adsorben agar kotoran hilang. Hasil ini sesuai dengan penelitian lain [7] yang menunjukkan zeolit menjadi jenuh setelah digunakan selama 42 hari dan efisiensi berkurang seiring bertambahnya masa pemakaian adsorben. Jadi, metode adsorpsi kolom dengan adsorben zeolit dan arang aktif sangat efektif dan efisien dalam menjerap logam besi dan mangan dalam air sumur (dalam). Hal ini dibuktikan dengan nilai rerata efisiensi yang sangat tinggi, pada logam besi yaitu 97,50% dan pada logam mangan mencapai 99,90%.

Kondisi Air Sumur Sebelum dan Setelah Adsorpsi

Berdasarkan analisis terhadap sifat fisik air, diperoleh air yang telah melewati kolom adsorpsi lebih jernih daripada air sebelum melalui adsorpsi. Hal ini menunjukkan proses pengolahan air dengan cara kolom adsorpsi menggunakan adsorben zeolit dan karbon aktif dapat menjerap pengotor pada air yang dapat mempengaruhi kejernihan air. Perbandingan air sumur (dalam) sebelum dan setelah adsorpsi dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Hasil analisis air (a) sebelum adsorpsi dan (b) setelah adsorpsi

Selain dikonsumsi, air hasil adsorpsi juga digunakan untuk keperluan sehari-hari, salah satunya yaitu ditampung pada kolam renang, Gambar 4 menunjukkan air kolam renang dari air sumur (dalam) yang telah melalui proses adsorpsi.



Gambar 4. Hasil analisis air sumur (dalam) yang ditampung pada kolam

Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa, semakin lama metode adsorpsi kolom dengan adsorben zeolit dan arang aktif digunakan maka efektivitasnya dalam menurunkan kadar Fe dan Mn semakin meningkat. Efisiensi penjerapan cukup tinggi dengan rata-rata 97,50% untuk Fe dan 98,33% untuk Mn. Air yang sebelumnya keruh menjadi jernih dengan pH dan TDS yang semakin kecil, sehingga lebih aman untuk dikonsumsi karena nilainya semakin jauh dari ambang batas yang ditetapkan (SNI) dan permenkes RI N0.492/MENKES/PER/IV/2010.

Ucapan Terima Kasih

Ucapan terima kasih kami sampaikan ke fakultas matematika dan Ilmu pengetahuan Alam Universitas negeri Yogyakarta yang telah memberikan pendanaan penelitian ini.

Daftar Pustaka

- [1] Menteri Kesehatan Republik Indonesia. (2002). *Peraturan pemerintah nomor 907/MENKES/ SK/ VII/ 2002, syarat-syarat dan pengawasan kualitas air minum*, Jakarta.
- [2] Astuti, D. W., Fatimah, S., & Anie, S. (2016). Analisis kadar kesadahan total pada air sumur di Padukuhan Bandung Playen Gunung Kidul Yogyakarta. *Analit: Analytical and Environmental Chemistry*, 1(1), 17-26.

- [3] Asmadi, K., & Kasjono, H. S. (2011). *Teknologi pengolahan air minum*. Yogyakarta: Gosyen Publishing.
- [4] Menteri Kesehatan Republik Indonesia. (2010). *Peraturan pemerintah nomor 492/MENKES/PER/IV/2010, persyaratan air bersih*. Jakarta.
- [5] Hartini, E. (2012). Cascade aerator dan bubble aerator dalam menurunkan kadar mangan air sumur gali. *KEMAS: Jurnal Kesehatan Masyarakat*, 8(1), 41-50.
- [6] Risa, O., Safaruddin, S., & Lusiana, M. (2021). Bangunan dengan konsep lingkungan sebuah konsep keberlanjutan- implementasi pada bangunan di PT. Semen Baturaja (Persero) Tbk. *UNBARA Environmental Engineering Journal (UEEJ)*, 2(2), 20-29.
- [7] Saadi, Z., Saadi, R., & Fazaeli, R. (2013). Fixed-bed adsorption dynamics of Pb (II) adsorption from aqueous solution using nanostructured γ -alumina. *Journal of Nanostructure in Chemistry*, 3(1), 1-8.
- [8] Pehlivan, E., Tran, H. T., Ouédraogo, W. K. I., Schmidt, C., Zachmann, D., & Bahadir, M. (2013). Sugarcane bagasse treated with hydrous ferric oxide as a potential adsorbent for the removal of As (V) from aqueous solutions. *Food Chemistry*, 138(1), 133-138.
- [9] Rahman, A., & Hartono, B. (2004). Penyaringan air tanah dengan zeolit alami untuk menurunkan kadar besi dan mangan. *Makara, Kesehatan*, 8(1), 1-6.
- [10] Widodo. (2012). Pemanfaatan zeolit sebagai penyerap Hg dari air sungai Citambal Kecamatan Cineam, Kabupaten Tasikmalaya yang tercemar pengolahan emas dengan metode amalgamsi. *Buletin Geologi Tata Lingkungan*, 22(3), 155-168.

PERBANDINGAN METODE *EXPONENTIAL SMOOTHING* DAN *MOVING AVERAGE* DALAM PERAMALAN RETRIBUSI PENGUJIAN KENDARAAN BERMOTOR DI DINAS PERHUBUNGAN KOTA BLITAR

COMPARISON OF *EXPONENTIAL SMOOTHING* AND *MOVING AVERAGE* METHODS IN FORECASTING FOR MOTOR VEHICLE TESTING RETRIBUTION AT BLITAR CITY TRANSPORTATION SERVICE

Endah Setyowati*

Universitas Nahdlatul Ulama Blitar, Jawa Timur 66117, Indonesia

*email korespondensi: setyowatiendah5798@gmail.com

Abstrak

Analisis deret berkala (*times series*) merupakan salah satu model atau teknik peramalan yang banyak dilakukan dalam berbagai bidang, di antaranya analisis deret berkala pada retribusi pengujian kendaraan bermotor. Peramalan dalam retribusi pengujian kendaraan bermotor diperlukan untuk mengetahui apakah bulan selanjutnya dapat memenuhi target atau tidak. Karena besarnya retribusi pengujian kendaraan bermotor menggambarkan besar kas Dinas Perhubungan, yang dijadikan acuan penyelenggaraan rencana program-program penunjang sektor lain. Pada penelitian ini dilakukan peramalan data retribusi pengujian kendaraan bermotor pada Dinas Perhubungan Kota Blitar dengan metode *exponential smoothing* dan *moving average* yang bertujuan untuk mengetahui perbandingan keefektifitasan kedua metode tersebut dalam meramalkan retribusi pengujian kendaraan bermotor. Pada penelitian ini diperoleh hasil bahwa metode yang sesuai untuk meramalkan jumlah retribusi pengujian kendaraan bermotor Dinas Perhubungan Kota Blitar adalah metode *single exponential smoothing* $\alpha = 0,3$ dengan peramalan jumlah retribusi pengujian kendaraan bermotor pada bulan September 2020 sebesar Rp. 49.995.278.

Kata kunci: peramalan, *exponential smoothing*, *moving average*, pengujian kendaraan bermotor

Abstract

Time series analysis is one of the models or techniques in forecasting that is widely carried out in various fields, including periodic series analysis on motor vehicle testing fees. Forecasting in motor vehicle testing levies is needed to find out whether the next month can meet the target or not. This is because the large motor vehicle testing levy reflects the amount of cash for the Department of Transportation, which is used as a reference for implementing plans for supporting programs in other sectors. In this study, data forecasting of motor vehicle testing retribution will be carried out at Blitar City Transportation Service using exponential smoothing and moving average methods which aims to compare the effectiveness of the two methods in predicting motor vehicle testing fees. In this study, the appropriate method for predicting the amount of retribution from testing motor vehicles at Blitar City Transportation Service is the single exponential smoothing method with $\alpha = 0,3$ and the amount of retribution from testing motor vehicles in September 2020 forecasting is Rp. 49,995,278.

Keywords: forecasting, exponential smoothing, moving average, motor vehicle testing

Pendahuluan

Analisis deret berkala merupakan model atau teknik peramalan yang banyak dilakukan dalam berbagai bidang, misalnya pada bidang teknik, pertanian, kedokteran, ekonomi, dan geofisika. Tujuan pemodelan deret berkala selain untuk peramalan adalah melakukan pengendalian dan mengenali pola perilaku sistem. Peramalan dalam retribusi pengujian kendaraan bermotor diperlukan untuk mengetahui apakah bulan selanjutnya dapat memenuhi target atau tidak. Besarnya retribusi pengujian kendaraan bermotor menggambarkan besar kas Dinas Perhubungan. Besar kas yang dimiliki dijadikan sebagai acuan penyelenggaraan

rencana program dinas perhubungan, salah satunya sektor pelayanan publik pengujian kendaraan bermotor yang berperan penting dalam menunjang kelancaran mobilitas masyarakat.

Beberapa model peramalan dalam analisis deret berkala antara lain berdasarkan analisis hubungan antar variabel yang akan diramalkan dengan variabel waktu, antara lain ARIMA Box-Jenkins, metode penghalusan, dan proyeksi tren [1]. Model peramalan penghalusan terdiri dari beberapa metode, antara lain *exponential smoothing* dan *moving average*. *Exponential smoothing* merupakan metode peramalan terhadap objek pengamatan yang terbaru. Metode peramalan ini menitikberatkan pada penurunan

prioritas dari data yang lebih lama, artinya metode ini lebih memperhatikan nilai observasi terbaru [2]. *Moving average* adalah metode yang diperoleh melalui penjumlahan dan pencarian nilai rerata periode, setiap kali menghilangkan nilai terlama dan menambah nilai baru [3]. Metode penghalusan mempunyai kelebihan di antaranya data dioperasikan dengan efisien, data sedikit, dapat digunakan untuk mengolah data yang berisi *trend* dengan memodifikasi, baik secara manual maupun komputer, serta biaya murah. Metode *exponential smoothing* mempunyai *track record* keberhasilan yang baik [4].

Pada penelitian ini dilakukan peramalan data retribusi pengujian kendaraan bermotor pada Dinas Perhubungan Kota Blitar dengan metode *exponential smoothing* dan *moving average* yang bertujuan mengetahui perbandingan keefektivitasan kedua metode dalam meramalkan retribusi pengujian kendaraan bermotor. Ukuran efektivitas metode tersebut dilihat berdasarkan nilai MAD, MSE dan MAPE pada peramalan.

Metode Penelitian

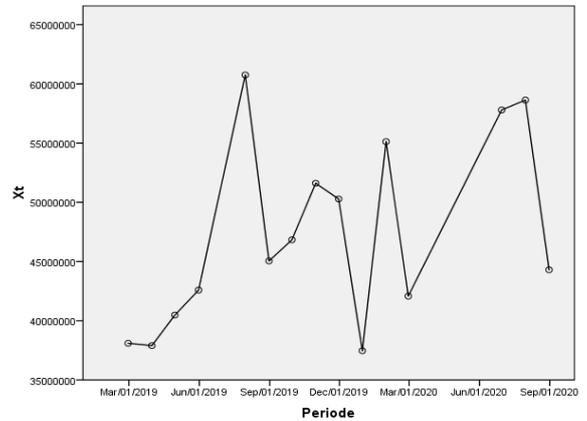
Kegiatan ini dilaksanakan pada 17 Agustus-September 2020 di Dinas Perhubungan Kota Blitar. Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari UPT Pengujian Kendaraan Bermotor Dinas Perhubungan Kota Blitar. Penelitian ini menggunakan jenis pendekatan kuantitatif survei, yaitu peneliti mengambil data dari instansi untuk memperoleh informasi yang diperlukan. Selanjutnya, data yang telah terkumpul akan dianalisis menggunakan metode *exponential smoothing* dan *moving average*. Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam analisis data adalah membuat *scatter diagram*; menghitung peramalan menggunakan metode *single exponential smoothing*; menghitung peramalan menggunakan metode *moving average*; menghitung kesalahan dalam peramalan menggunakan MAD, MSE dan MAPE, serta menarik kesimpulan.

Hasil dan Pembahasan

Analisis Data

Adapun data yang akan diolah dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari Kantor UPTD Pengujian Kendaraan Bermotor, yang berupa jumlah penerimaan per bulan biaya retribusi pengujian kendaraan bermotor dari tahun 2019 sampai 2020. Jumlah

penerimaan retribusi pengujian kendaraan bermotor meliputi jumlah retribusi A, retribusi B dan retribusi C, dimana retribusi A adalah jumlah biaya uji dan telat uji, retribusi B adalah jumlah biaya rekomendasi, sedangkan retribusi C adalah jumlah biaya kartu uji baru.



Gambar 1. Plot data retribusi pengujian kendaraan bermotor

Berdasarkan hasil plot data pada Gambar 1, dapat dilihat bahwa data retribusi pengujian kendaraan bermotor sejak Februari 2019 hingga Agustus 2020 bersifat stasioner. Dikatakan stasioner karena fluktuasi data beredar di sekitar nilai rata-rata dan varians yang konstan serta tidak bergantung pada waktu. Karena data berbentuk stasioner maka pada penelitian ini digunakan metode *single exponential smoothing* dan *single moving average*. Tabel 1 menunjukkan hasil analisis data dengan metode *single exponential smoothing* dimulai dari parameter $\alpha = 0,1$ sampai $\alpha = 0,9$. Dari hasil analisis tersebut, galat atau kesalahannya (*error*) akan dibandingkan dari $\alpha = 0,1$ sampai $\alpha = 0,9$ dan dipilih yang memiliki kesalahan (*error*) terkecil yang merupakan metode *single exponential smoothing* terbaik untuk meramalkan jumlah retribusi pengujian kendaraan bermotor Dinas Perhubungan Kota Blitar.

Tabel 1. Hasil peramalan menggunakan metode *single exponential smoothing*

α	Forecasting
0,1	46.461.415
0,2	49.183.457
0,3	49.995.278
0,4	50.076.611
0,5	49.747.275
0,6	49.095.161
0,7	48.168.758
0,8	47.019.620
0,9	45.706.323

Setelah diperoleh hasil analisis kemudian dibandingkan nilai MAD, MSE, dan MAPE dari setiap nilai α untuk memperoleh nilai MAD, MSE dan MAPE terkecil. Perbandingan nilai MAD, MSE, dan MAPE metode peramalan retribusi pengujian kendaraan bermotor Dinas Perhubungan Kota Blitar ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Perbandingan galat/kesalahan (error) pada setiap α

α	MAD	MSE	MAPE
0,1	7.029.301	84.375.198.524.771	0,134964736
0,2	6.432.233	70.515.990.148.249	0,126551699
0,3	6.194.009	68.449.826.313.467	0,123548269
0,4	6.315.252	70.396.673.430.292	0,127295562
0,5	6.584.965	74.293.277.502.606	0,133742101
0,6	6.849.634	79.557.925.282.884	0,139880645
0,7	7.097.494	86.069.451.708.273	0,145570034
0,8	7.371.333	93.891.800.289.577	0,15168933
0,9	7.672.627	103.205.659.663.417	0,158348848

Tabel 3 menunjukkan hasil analisis data menggunakan metode *single moving average* untuk 3, 6, dan 12 bulanan. Dari hasil analisis tersebut, galatnya (*error*) akan dibandingkan dan memiliki kesalahan (*error*) terkecil merupakan metode *single moving average* terbaik untuk meramalkan jumlah retribusi pengujian kendaraan bermotor Dinas Perhubungan Kota Blitar. Berdasarkan Tabel 4, dapat dilihat perbandingan nilai MAD, MSE, dan MAPE pada setiap α . Nilai MAD, MSE, dan MAPE terkecil terdapat pada periode 6 bulanan dengan nilai berturut-turut sebesar 6.813.328; 56.261.222.739.414; dan 0,141614969. Jadi, metode *single moving average* terbaik yaitu *single moving average* 6 bulanan.

Tabel 3. Hasil peramalan menggunakan metode *single moving average*

Periode	Forecasting
3 bulanan	53.574.067
6 bulanan	49.231.000
12 bulanan	49.374.175

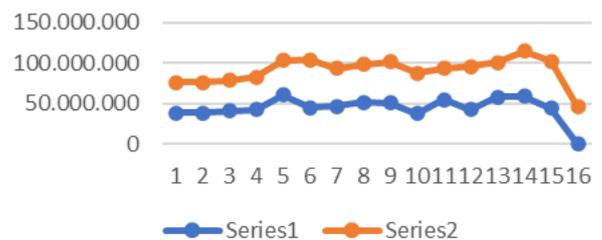
Tabel 4. Perbandingan galat/kesalahan (error) pada setiap rentan waktu

Periode (Bulanan)	MAD	MSE	MAPE
3	7.303	82.829.641.006.667	0,14625
6	6.814	56.261.222.739.414	0,14161
12	9.391	99.012.907.156.968	0,16991

Selanjutnya, dibandingkan nilai galat (*error*) antara metode *single exponential smoothing* dan *single moving average* untuk mendapatkan metode yang paling efektif untuk peramalan retribusi pengujian kendaraan bermotor Dinas Perhubungan Kota Blitar.

Tabel 5. Perbandingan nilai MAD, MSE dan MAPE pada metode *single exponential smoothing* dan *single moving average*

Metode	MAD	MSE	MAPE
<i>Single Exponential Smoothing</i>	6.194.009	68.449.826.313.467	0,1235
<i>Single Moving Average</i>	6.813.328	56.261.222.739.414	0,1416



Gambar 2. Plot data aktual dan hasil *forecast* menggunakan *single exponential smoothing* $\alpha=0,3$

Berdasarkan Tabel 5, dapat dilihat metode *single exponential smoothing* memberikan nilai yang lebih baik daripada *single moving average* 6 bulanan. Jadi, metode yang sesuai untuk meramalkan jumlah retribusi pengujian kendaraan bermotor Dinas Perhubungan Kota Blitar adalah metode *single exponential smoothing* $\alpha = 0,3$ dengan peramalan pada bulan September 2020 sebesar Rp. 49.995.278. Plot data aktual dan hasil *forecast* menggunakan *single exponential smoothing* $\alpha = 0,3$ ditunjukkan pada Gambar 2.

Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian, dapat disimpulkan bahwa berdasarkan plot data Februari 2019-Agustus 2020, jumlah retribusi pengujian kendaraan bermotor Dinas Perhubungan Kota Blitar mengalami kenaikan dan penurunan sehingga membentuk data stasioner. Metode yang sesuai untuk meramalkan jumlah retribusi pengujian kendaraan bermotor Dinas Perhubungan Kota Blitar adalah metode *single exponential smoothing* $\alpha = 0,3$ dilihat dari nilai MAD, MSE dan MAPE, yaitu secara berturut-turut sebesar 6.194.009; 68.449.826.313.467; dan 0,123548269. Diramalkan jumlah retribusi pengujian kendaraan bermotor pada bulan September 2020 sebesar Rp. 49.995.278.

Ucapan Terima Kasih

Dalam penelitian ini tentu terdapat tantangan dan hambatan. Oleh karena itu, peneliti mengucapkan terimakasih kepada UPT Pengujian Kendaraan

Bermotor Dinas Perhubungan Kota Blitar yang telah memberikan fasilitas pada penelitian ini. Bapak-Ibu dosen dan teman keluarga besar Matematika Universitas Nahdlatul Ulama Blitar yang telah memberikan dukungan, bantuan, pengalaman dan ilmu yang berharga. Semua pihak yang telah membantu dalam penelitian ini.

Daftar Pustaka

- [1] Wardhani, A. R. (2010). Studi analisis peramalan dengan metode deret berkala. *Widya Teknika*, 18(2), 1-6.
- [2] Raharja, A. (2010). Penerapan metode *exponensial smoothing* untuk peramalan penggunaan waktu telepon pada PT. Telkomsel Divre3 Surabaya. *Skripsi*. Institut Sepuluh Nopember Surabaya.
- [3] Prastiwi, I. (2018). Forecasting jumlah penerimaan pajak penghasilan pasal 21 tahun 2018 di Kantor Pelayanan Pajak Pratama Medan Barat dengan metode *eksponensial smoothing*. Skripsi, Universitas Sumatera Utara.
- [4] Yuniastari, N. L. A. K., & Wirawan, I. W. W. (2014). Peramalan permintaan produk perak menggunakan metode *simple moving average* dan *exponential smoothing*. *Jurnal Sistem dan Informatika (JSI)*, 9(1), 97-106.
- [5] Faisol, F., & Aisah, S. (2016). Penerapan metode *exponential smoothing* untuk peramalan jumlah klaim di BPJS Kesehatan Pamekasan. *Jurnal Matematika" MANTIK"*, 2(1), 46-51.
- [6] Rismawanti, Y., & Darsyah, M. Y. (2018). Perbandingan peramalan metode *moving average* dan *exponential smoothing holt winter* untuk menentukan peramalan inflasi di indonesia. In *Prosiding Seminar Nasional Mahasiswa Unimus* (Vol. 1)., pp. 330-335.
- [7] Susanto, J., & Anggraini, Z. (2019). Kinerja Dinas Perhubungan Kabupaten Bungo dalam meningkatkan pendapatan asli daerah melalui retribusi pengujian kendaraan bermotor. *Public Administration Journal of Research*, 1(4), 274-291.
- [8] Adnan, A. B., Subroto, S., & Putro, S. (2019). Analisis karakteristik pembakaran langsung (Co-Combustion) arang kayu dan daun cengkeh sisa destilasi minyak atsiri dengan variasi komposisi. *Media Mesin: Majalah Teknik Mesin*, 19(2), 55-65.
- [9] Barlian, E. (2018). *Metodologi penelitian kualitatif & Kuantitatif*. Padang: Sukabiru Press.
- [10] Bawono, A., & Shina, A. F. I. (2018). *Ekonometrika terapan*. Salatiga: Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat (LP2M) IAIN Salatiga.
- [11] Fahmeyzan, D., Soraya, S., & Etmy, D. (2018). Uji normalitas data omzet bulanan pelaku ekonomi mikro desa senggigi dengan menggunakan skewness dan kurtosi. *Jurnal Varian*, 2(1), 31-36.